

# 地表植被之效益評估與通用沖蝕公式中的水保與管理因子之討

羅慶瑞

國立暨南國際大學土木工程學系 兼任助理教授

亞洲理工學院工學博士

台灣省水利技師公會 監事

中華民國水利技師公會全國聯合會 理事

## 摘要

水土保持技術規範中常論及植生工程與滯洪沉砂工程這兩項主要工作，惟探其究理時常發現規範中並沒有植被效益評估之計算，而滯洪沉砂之 USLE 公式中對管理因子與水保因子常是以一個數字來限制而已，但卻不知其所以然，這對身為工程設計者的專業技師實在是極為不妥之處。技術規範是設計的基本準則，若規範不明而全需專業技師來進行自行研判，這將會讓審查者有任意置喙之能事，不但會讓最終之通過之計畫在設計上五花八門，事實上更有損專業技師之尊嚴，因此，針對植被之效益評估與滯洪沉砂計算因子進行一套有理論依據之分析誠有其必要。

### 壹、效益之成因判斷因子 ---植被前後流速之差異

當一工區經過開發後，地表常呈現裸露之狀況，此時之地表流速常會是最大，而其將會產生對地表及大沖刷之能事，如何降低流速常是水利工程師要去面對的問題。在水利工程中有許多消能之設施，例如水道中之鋸齒工、跌水工、靜水池，陰井等等，然而在水土保持的非工程手段中首推植生工法---利用植物莖部之柔軟性來產生較大的阻水係數以增加抵抗力同時降低流速，這就是此一工法的主要目的。再者，當流速降低後其對地表泥沙之沖刷力亦會隨之降低，此亦有助於泥沙之沉降，也就是說對懸移質分部會有極大的改變，當流速在水深方向分佈曲線降低，含砂濃度分佈曲

線變小，此雙重作用會快速促使泥沙之沉降作用發生，大量的泥沙沉降效益才是水保與管理因子( [1], [2] )有效的最終呈現。

運用流體力學二維運動方程式沿水深(z)方向積分後，有關裸露地與植生地兩處之流速場可表示如下兩公式：

針對裸露地

$$\rho g D S + \rho \epsilon y D d^2 \bar{u} / dz^2 - \rho c_r \bar{u}^2 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

針對植生地

$$\rho g D S + \rho \epsilon y D d^2 \bar{u} / dz^2 - \rho (C_f + C D a^2 u^2) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

式中：

$\rho$  表示密度， $g$  表示重力加速度， $D$  表示水深， $d_m$  表示土壤代表粒徑， $s$  為坡度，

$\varepsilon_y$  表示沿水流方向在水面寬的分量上之動量擴散係數， $C_D$  為植生阻力係數， $C_f$  為摩擦係數， $\bar{u}$  為沿水深方向之平均流速， $\bar{u}_c$  為入流或遠端來流之平均流速， $a((3))$  表示植生密度參數，植生單株的直徑除以相鄰兩單株之距離；若運用剪力公式：

$$\rho g D S = \rho C_f \bar{u}_c^2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

來同除上兩式之流速時，若令  $V_1 = \varepsilon_y D / C_f \bar{u}_c B^2$ ， $\Phi = \bar{u} / \bar{u}_c$ ， $\eta = z / B$ ， $B$  為植生帶之寬度， $x = (C_D a / 2 C_f)(D / B)$ ，

Darcy 摩擦係數的近似計算如下：

$$\begin{aligned} \bar{F}_f &= \rho \bar{C}_f Q U_\infty / 2 = \rho \bar{C}_f U_\infty^2 A / 2 \quad \text{因此 } \bar{\tau}_b = \bar{\tau}_w = \rho \bar{C}_f U_\infty^2 / 2 \\ \bar{C}_f &= 2 \bar{\tau}_b / \rho U_\infty^2 = 2 \bar{\tau}_w / \rho U_\infty^2 \\ \tau_b &= \tau_w = \rho C_f U_\infty^2 = \rho g D S = \rho C_f \bar{u}_c^2 \quad \text{即 } U_\infty = \bar{u}_c \end{aligned}$$

此外，在流體力學中，雷諾數(Reynolds number, Re)和形狀阻抗係數(drag coefficient,  $C_D$ )的關係可用下式求出：

$$C_D = \alpha Re^\beta$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  為兩個常數，其值如下表所示：

Reynolds number	$\alpha$	$\beta$
<2.0	24.0	1.0
2-500	18.5	0.6
500-200000	0.44	0.0

$$\begin{aligned} \text{故 } \bar{F}_D &= \rho \bar{C}_D Q U_\infty / 2 = \rho \bar{C}_D U_\infty^2 A / 2 \quad \text{因此} \\ \bar{\tau}_D &= \rho \bar{C}_D U_\infty^2 / 2 U_\infty = \bar{u}_c \end{aligned}$$

假設  $\varepsilon_y = m \bar{u}_c D$  ( $m$  為一給定係數)，則裸露地

$$1 + V d^2 \phi / d\eta^2 - \phi^2 = 0 \dots\dots\dots(4)$$

植生地

$$1 + V d^2 \phi / d\eta^2 - (1 + x)\phi^2 = 0 \dots\dots(5)$$

$$V = \frac{m}{C_f} \left(\frac{D}{B}\right)^2 \dots\dots\dots(6)$$

一般而言， $m$  與  $C_f$  為同一數量級(一般

與曼寧係數同等級)，而水深與寬度之比一般極小，故可運用 Perturbation Method 將  $\phi$  之漸進展開式(公式 7)代入公式(4)之裸露地公式，並按  $V$  的次方整理可得公式(8)與(9)：

$$\phi = \phi_0 + V \phi_1 \dots\dots\dots(7)$$

$$1 - \phi_0^2 = 0, \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$d^2 \phi_0 / d\eta^2 - 2 \phi_0 \phi_1 = 0, \dots\dots\dots(9)$$

解此方程組，除  $\phi_0 = 1$  外， $\phi$  其他之展開項均為 0。 $\phi = 1$  是公式(4)滿足  $\eta = -\infty$  邊界條件之 exact solution，但此解不能滿足  $\eta = 0$  的邊界條件。因為當  $\eta = 0$  時將有奇異解(singular solution)的產生，此時需引入新的變量  $p = \eta / V$ ，將之代入裸露地之公式(4)可得：

$$1 + \left(\frac{1}{V}\right) d^2 \phi / dp^2 - \phi^2 = 0 \dots\dots\dots(10)$$

將  $\phi$  漸進展開式代入公式(10)，並依照  $V$  的次冪整理到一次方項：

$$1 + \left(\frac{1}{V}\right) d^2 \phi_0 / dp^2 - \phi_0^2 = 0 \dots\dots(11)$$

$$d^2 \phi_1 / dp^2 - 2V^2 \phi_0 \phi_1 = 0 \dots\dots\dots(12)$$

公式(11)的特殊解(specific solution)是  $\phi_0 = 1$ ，將之代入公式(12)得出通解該式之(general solution)如下：

$$\phi_1 = c_0 \exp(pV\sqrt{2}) + c_1 \exp(-pV\sqrt{2}) \dots\dots(13)$$

運用奇異解與特殊解兩個條件得出  $c_1 = 0$  故裸露地之  $\phi$  解出如下式所示：

$$\phi = 1 + c_0 \exp(pV\sqrt{2}) \dots\dots\dots(14)$$

同理可解出植生地之  $\phi$  如下式所示：

$$\phi = 1 / (1 + x)^{1/2} + \bar{c}_0 \exp(pV\sqrt{2^4(1+x)}) \dots\dots(15)$$

由裸露地與植生地之相接邊界其為連續得知  $\eta = 0$  時，流速與剪切力也應是連續的，也就是  $d\phi/d\eta$  與  $\phi$  應是連續的，如此  $c_0$  與  $\bar{c}_0$  即可確定，則其流速分佈公式如下：

(裸露地)

$$\phi = 1 - \left\{1 - \frac{1}{(1+x)^{1/4}}\right\} \exp(\eta\sqrt{2}) \dots\dots(16)$$

(植生地)

$$\phi = \frac{1}{(1+x)^{1/2}} + \left\{ \frac{1}{(1+x)^{1/2}} - \frac{1}{(1+x)^{1/4}} \right\} \exp(\eta\sqrt{2^4}\sqrt{1+x}) \dots (17)$$

由公式(16)與公式(17)就可以得出植生後對流速之影響大小，這可以直接顯現植生對開發區域產生效益在質方面的影響，而這些數據也將用於下一段求取沖刷量體大小的依據。

### 貳、效益之量體差異判斷因子 ---植生前後懸移質之差異

在通用沖蝕公式(USLE)常會探討到的是泥砂量體的大小，所給定的規範都是一些較為文字化的敘述，而且有關水土保持技術規範第 35 條所提到的覆蓋與管理因子(C 不得小於 0.05)及水土保持處理因子(P 不得小於 0.5)並未有一定的科學理論依據，常讓設計者無所依循，更讓審查者為所欲為。事實上，比較植生前後的泥砂懸移質含量之大小或前後的差異，這才是王道，也更具有科學性。

一般常用的懸移質含砂量分佈公式 ([4], [5]) 如下：

$$\bar{\varepsilon}_y d^2 \delta / dy^2 = (V_s^2 / \bar{\varepsilon}) \delta - V_s E \dots (18)$$

$$\delta = \int_0^D C(z) dz \dots (19)$$

公式(18)等號右第一項為淤積率而第二項為沖蝕率；式中C(z)為懸移質含砂量在水深方向的分佈(即含砂濃度，無維性)， $\delta$ 為懸移質之量體大小(單位是深度)， $\bar{\varepsilon}_y$ 表示沿水流方向在水面寬分量上的動量擴散係數平均值， $\bar{\varepsilon}_z$ 表示沿水深方向的動量擴散係數平均值，若定義無維性侵蝕率(dimensionless erosion rate)如下：

$$E = K(\bar{u}/V_s)^2 \dots (20)$$

式中K為一個比例係數，假定在水流入流處(或說離植生叢無限遠處)下式成立：

$$(V_s^2 / \bar{\varepsilon}) \delta_c = V_s K (u/V_s)^2 \dots (21)$$

其中Vs為顆粒(代表粒徑為 $d_m$ )之沉降速度(攝氏 20 度時)， $u_c = \sqrt{gDS}$ ， $\delta_c$ 為入流處之含砂量，以公式(21)除以公式(18)可得：

$$\left(\frac{\lambda}{\beta}\right) d^2 \delta / d \eta^2 = 1 - \left(\frac{\beta}{C_f}\right) \dots (22)$$

式中  $\lambda = \bar{\varepsilon}_y \bar{\varepsilon} / V_s^2 B^2$ ， $\beta = \tau / \tau_b$ ，

$$\tau_b = \rho gDS, \tau = \rho C_f \bar{u}^2,$$

$$\beta / C_f = \phi^2 = \phi_0^2 + 2V\phi_0\phi_1 + V^2\phi_1^2 \dots (23)$$

因為 $\phi$ 的展開式中保留到V的一次方項，故剪切力計算中也相同。由公式(16)、(17)、(22)與(23)可計算出 $\delta$ 。在植生帶之邊界處其連續條件為含沙量與水體應該是連續的，因此， $\delta$ 與 $d\delta/d\eta$ 是連續的，故而得以解出：

(裸露地)

$$\delta / D = w_0 \exp(\eta \sqrt{\lambda}) + 1 + \frac{2v(j-1)}{v-2\lambda} \exp(\eta \sqrt{2}) \dots (24)$$

(植生地)

$$\delta / D = \bar{w}_0 \exp(-\eta \sqrt{\lambda}) + J^2 + \frac{2vj^5(j-1)}{vj^2-2\lambda} \exp(\eta \sqrt{2^4}\sqrt{1+x}) \dots (25)$$

式中  $J = (1+x)^{\frac{1}{4}}$ ， $w_0$ 與 $\bar{w}_0$ 分別如下：

$$w_0 = \frac{j-1}{2} \left\{ (j+1)(j^2+1) + \frac{2}{\sqrt{2\lambda/v-1}} - \frac{2j^4}{\sqrt{2\lambda/v+1}} \right\} \dots (26)$$

$$\bar{w}_0 = \frac{j-1}{2} \left\{ (j+1)(j^2+1) - \frac{2}{\sqrt{2\lambda/v+1}} + \frac{2j^4}{\sqrt{2\lambda/v-1}} \right\} \dots (27)$$

將公式(26)代入公式(24)與公式(27)代入公式(25)即可分別求出植生前後之懸移質之厚度，此兩數值一比較就可以得到植生前後量體的差異性，也就是直接展現植生後在量方面的效益；當把這個數值乘上植生區域的面積，就可算出植生前後的沖蝕體積的減少量，這就是用來設計開後，當有植生存在時的真正需要的沉砂池體積。

以下有一些實驗數據(如表 1 與表 2)提出說明與理論值比較之結果,由表 3 可知在實驗室中 $\bar{\epsilon}_y/u \cdot D$ 介於 0.20 至 0.40 間,小於現場觀測值 0.25 至 0.50 間。圖 1 與圖 2 左邊(-60cm-0cm)表示裸露地,而右邊(0-30cm)表示植生地。

表 1. 實驗條件 (固定河床)

$$B=60\text{cm} \quad u_* = \sqrt{gDS} \quad \bar{u}c = Q/BD$$

	Q(lite r/Sec)	D(cm )	S	u. (c m/s)	$\bar{u}c$ (cm /s)
實驗 1	15.3	6.0	1/620	3.08	42.5
實驗 2	22.6	6.0	1/280	4.58	62.8
實驗 3	18.6	5.0	1/280	4.18	62.0
實驗 4	7.0	3.0	1/320	3.03	38.9
實驗 5	24.0	8.5	1/820	3.19	47.1

表 2. 實驗條件 (動床)

$$d_m = \text{砂粒中徑} \quad B=60\text{cm} \quad u_* = \sqrt{gDS}$$

	D(cm)	S	u. (cm/s)	$d_m$ (mm)
實驗 6	6.0	1/620	3.08	0.145
實驗 7	6.0	1/280	4.58	0.145
實驗 8	8.5	1/820	3.19	0.145
實驗 9	5.0	1/150	5.72	0.145

表 3. 橫向擴散率

	$\epsilon_y, \bar{\epsilon}_y$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\epsilon_y, \bar{\epsilon}_y/u \cdot D$ ( $\epsilon_y, \bar{\epsilon}_y/\bar{u}cD$ )
實驗 1, 6	7.39	0.400 (0.029)
實驗 2, 7	5.73	0.210 (0.015)
實驗 3	3.18	0.160 (0.010)
實驗 4, 8	7.53	0.280 (0.064)
實驗 5	1.83	0.200 (0.005)

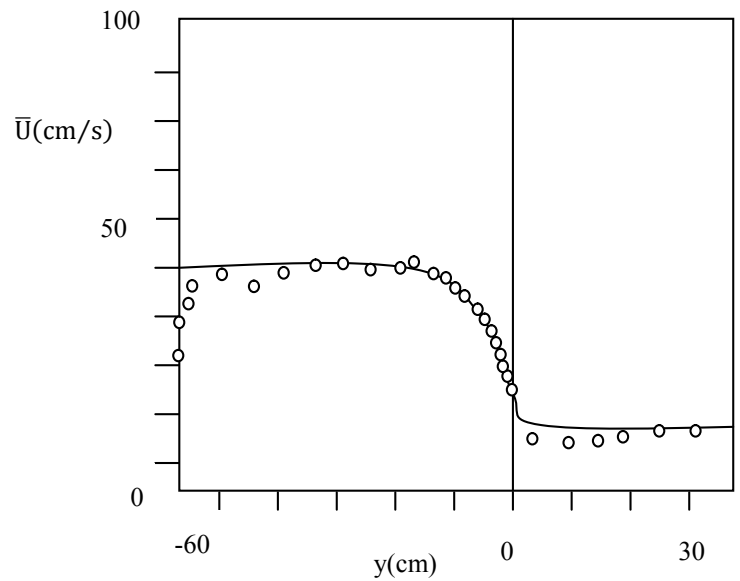


圖 1 流速橫向分布(水深平均) (實驗 1)

另外  $\bar{\epsilon}_z/u \cdot D$ 在水深方向不論在裸露地或是植生地都變化不大,其範圍為 0.08 至 0.10 之間。此外,由上述之結果也可以知道  $\bar{\epsilon}_y$ 與 $\bar{\epsilon}_z$ 是不會相同的,也就是說數值模式中常假設水深方向(z)、水流方向或水面寬方向(y)的動力參數是相同的,那會導致結果之扭曲,故運用數值模式時,參數的敏感度要確實地掌握,如此才可進一步掌握不確定性的修正與減少其誤差。有關顆粒沉降速度公式

$$V_s = [(r_s/r) - 1]^{0.7} d_m^{1.1} / 6 \nu^{0.4} \dots (28)$$

式中 $\nu$ 為紊流運動黏滯係數(一般取  $2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  at  $20^\circ\text{C}$ )

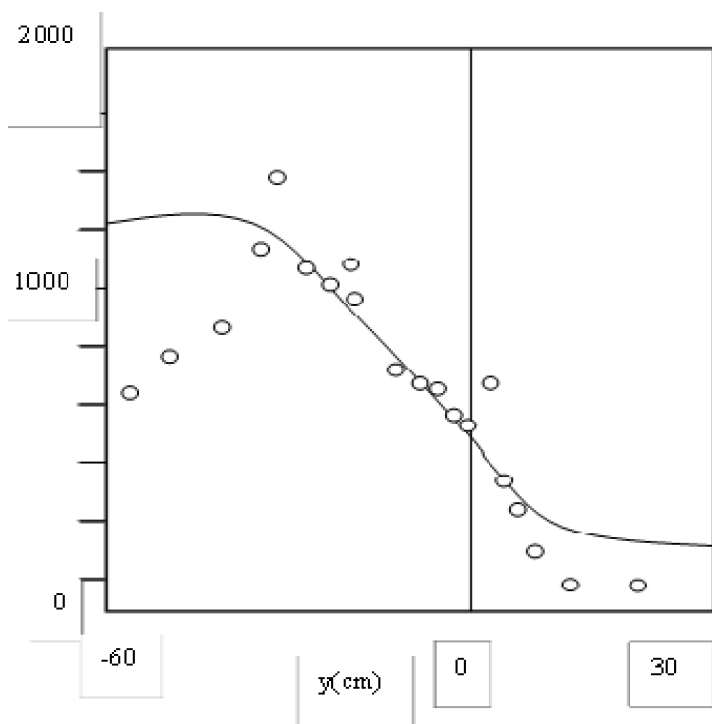


圖 2 懸移質含沙量的橫向分布(實驗 8)

### 參、案例說明

若  $C_D=0.44$ ， $D=0.5m$ ， $B=50m$ ， $\bar{u}_c=2.0m/s$ ， $S=1/200$ ，則  $n=0.0223$ (令其與  $m$  相等)，且  $C_f=2\bar{C}_f=0.00613$ ，當  $a=0.5$  時， $x=0.179$ ， $V=0.000364$ ，又  $\eta=0.5/50.0=0.01$ ，

故(裸露地)  $\phi=0.9591$ ，(植生地)  $\phi=0.8817$ ，因此可見到流速已經因為植生的作用而有減速的功能發生，其功效為  $(0.9591-0.8817)/0.9591=8.07\%$ 。

當  $\bar{\varepsilon}_y=7.39cm^2/s$ ， $\bar{\varepsilon}=0.25\bar{\varepsilon}_y$ ，而  $V_s=0.421cm/s$ ，故  $\lambda=0.00000308$ ，因此： $W_0=0.0000633$ ， $\bar{W}_0=-0.0000633$ ，(裸露地)  $\delta/D=0.918$ ，同時(植生地)  $\delta/D=0.849$ ，同理可見沖蝕現象已經因為植生的作用而有減少的功能發生，其功效為  $(0.918-0.849)/0.918=7.52\%$ 。

若  $\eta=0.1$ ， $a=0.5$  時，而其他不變，則減速功效為  $(0.9535-0.8761)/0.9535=8.12\%$ ；沖蝕現象減少之功效為  $(0.9071-0.8385)/0.9071=7.56\%$ ；

可見減速與減蝕功效較  $\eta=0.01$ ， $a=0.5$  時沒有明顯差異。

若  $a=1.0$ ， $\eta=0.01$  時，而其他不變，減速功效  $(0.9254-0.7894)/0.9254=14.70\%$ ；沖蝕現象減少之功效為  $(0.8507-0.7396)/0.8507=13.06\%$ ；可見減速與減蝕功效均較明顯。

若  $a=1.0$ ，且同時  $\eta=0.1$ ，而其他不變，減速功效  $(0.9152-0.7796)/0.9152=14.81\%$ ；沖蝕現象減少之功效為  $(0.8304-0.7228)/0.8304=9.78\%$ ；可見減速功效較明顯。

當要同時發揮減速與減蝕的效果時，改變植生物種與種植間距是最有效的，也就是改變  $a$  值；若要減速的話，同時變化  $a$  值(物種與間距)與  $\eta$  值(植生物種高度)會有極佳的效果；單單改變  $\eta$  值，對減速會和減蝕作用幾乎少有影響。有關植生對流速之影響亦可與相關之文獻([6]，[7])比較之，其具一致的趨勢，為這些文獻中並未對相關的減蝕功能做相關之研究。

### 肆、結論與建議

綜上之推導與實驗之結果顯示：

1. 植生有其一定之效益，為此效益必須經過科學方法之論證，植生前後的流速差異首先展現出植生功能在”質”方面的貢獻，可視為”管理維護因子”。
2. 植生前後懸移質之差異展現出植生功能在”量”方面的貢獻。這個推導的結果可以直接用在沉砂量的計算上，可用來表示”水土保持因子”。
3. 在水裡演算中有關數值模式常假定水深方向( $z$ )、水流方向或水面寬方向( $y$ )的動力參數是相同的，那會導致結果之扭曲，故運用數值模式時，

參數的敏感度要確實地掌握，如此才可進一步掌握不確定性的修正與減少其誤差。檢驗個參數的物理意義，算定各參數的敏感度大小，才能確實掌握運用數值模式時適當參數之修正，以期得到可信之結果。

#### 伍、參考文獻

1. “水土保持法及相關法規” --- 水土保持技術規範:89.03.31. 行政院農業委員會 89 農林字第 890030350 號公告修正。
2. “水土保持法及相關法規” --- 水土保持技術規範:101.10.23. 行政院農業委員會 89 農水保字第 1011862646 號公告修正。
3. “河道內樹木之伐採與植樹準則(草案)” 84.06. 台灣省水利局委譯(日文)。
4. “明渠挾沙水流運動的力學和統計規律” 胡春宏與惠遇甲編著，國家自然科學基金委員會與中國博士後科學基金資助，科學出版社，北京，1995.05.
5. “河流泥砂論文集” 長江水利委員會水文測驗研究所編著，武漢出版社，湖北，1992.12.
6. “水流流經草地之水理分析” 唐靖雅、謝平城，中華水土保持學報, 43(2):158-166 (2012).
7. “水流流經植生坡面之流速分析” 唐靖雅、謝平城，中華水土保持學報, 44(3): 234-244 (2013)

投稿 102.12.30  
定稿 103.02.25