

由能量觀點談水面線水理演算之重要性

羅慶瑞/亞洲理工學院河海工程（水利工程）工學博士
水利技師暨台灣省水利技師公會常務理事
IWRA,IRCSA 與 ABI 會員
精湛工程顧問股份有限公司 總諮詢顧問

壹、前言

在 open channel 中，水面線的演算工作是必經的，而水面線變化常因渠底坡度之改變，而有不同之曲線剖面。關於單一渠道坡度的十二種情況是我們所常見的，但若是複式渠道坡度時，在坡度變化交界點之上下游水面又將如何呢？渠底之高度是否足夠？若因水深不足致使水體漫溢進而造成地表水沖蝕地面，或地下水入滲抬高地下水位等二次公害，是不該發生的，因此，水面線水理推衍成果將在此擔任極重要角色。

貳、基本論述

能量觀點是切入此一主題的重要工具：

$$H = y + z + \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots(2-1)$$

在式(2-1)中，H 表示全能量，y 表示水深，z 表示渠底高度，V 表示通水斷面之平均流速。當然這是一維之水流狀況也！

對式(2-1)向水流方向，x，取變化量探討：

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} \dots\dots\dots(2-2) \text{ 又}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{d}{dx} \left(y + \frac{V^2}{2g} \right) \dots\dots\dots(2-3)$$

式(2-3)中 E 表示“比能量”因為

$$\frac{dH}{dx} = -S_f, \quad \frac{dz}{dx} = -S_0 \dots\dots\dots(2-4)$$

式(2-4)中，“-”表示沿水流方向，是遞減變化也！

$$\text{式(2-3)中，} \frac{dE}{dx} = \frac{dE}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \dots\dots\dots(2-5)$$

$$\text{而式(2-5)中，} \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 T}{g A^3} \dots\dots\dots(2-6)$$

其中 T=水面寬，而 D=水力均深 = $\frac{A}{T}$ ，A=通水斷面積。

$$\text{在式(2-6)中，} F_r^2 = \text{福祿數} = \frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{V^2}{g D}$$

，是一般用來表示福祿數之通式，為一重要之公式。將式(2-2)，(2-3)，(2-4)，(2-6)合併得：

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} = \frac{S_0 \left(1 - \frac{S_f}{S_0} \right)}{1 - F_r^2} \dots\dots\dots(2-7)$$

由 Manning 公式或 Chezy 公式知：

S 與 y 成反向比， F_r^2 與 y 亦成反向比，故

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 \left[1 - \left(\frac{y_0}{y} \right)^N \right]}{1 - \left(\frac{y_c}{y} \right)^M} \dots\dots\dots(2-8)$$

8)

式(2-8)中， y_0 為正常水深，N 為正常流之水力指數，而 y_c 為臨界水深且 M 為臨界流之水力指數。

因而， S_0 ， y_0 ，y 及 y_c 便成為決定水流中水面線變化之重要因素。

參、單一渠底坡度之水面線分類探討

在一定流量下，可以知道，若流速變大，水深減少，而水面坡度將會變陡，反之亦然。這便是用來推求剖面線之基本觀念。

由於 S_0 有“正”，“負”，“零”三種，且 S_0 比“臨界坡度 S_c ”有大有小（當然 $S_0 > 0$ ），故而便有 M 曲線（ $S_0 < S_c$ ），S 曲線

($S_0 > S_c$)，C 曲線 ($S_0 = S_c$)，H 曲線 ($S_0 = 0$) 及 A 曲線 ($S_0 < 0$) 五類，又因每一類由於 y_0 ， y 及 y_c 之區格，因此每一類就有三個空間分類出現，亦即 y

之值為最大，(即 $y > y_0 > y_c$ 或 $y > y_c > y_0$) 為 1 區；又 y 介於 y_0 與 y_c 間為 2 區， y 為最小值則為 3 區，依乘法方式推求則基本單渠坡上有 15 種流況。然而，在 C 類中，因 $y_0 = y_c$ ，故沒有 y 介於 y_0 與 y_c 間之流況，在 H 類中，因 $y > y_0$ 時， $y \rightarrow \infty$ ，不存在；在 A 類中， $y > y_0$ 時， $y \rightarrow$ 複數，不存在，因此只有 12 種流況也！在 H 類及 A 類中，何以會 $y \rightarrow \infty$ 或 $y \rightarrow$ 複數，若能運用 L-Hospital's Law 便可明白。

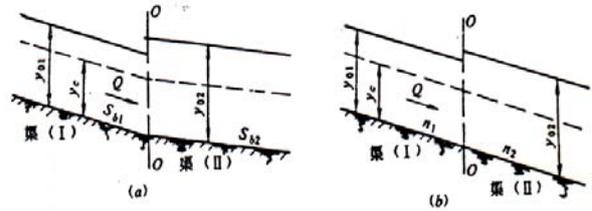
在單一渠道坡度中，我們可以由已知條件求出 y_0 及 y_c 便可知應屬何類之水面曲線，也直接可以判定水面線應由下而上推求(亞臨界流 M.H.A.) 或由上而下推求(S)。若由下而上推，求何處合得到 y_0 ？若由上而下推求， y_c 會發生在那一個觀測站？自然均可推求而得。

肆、複式渠底坡度之水面線分類剖析

在一個渠道中，因地形關係，必需有不同之上下游渠底坡度，或因兩個以上之渠道匯流，在匯流點上下之渠道坡度不同，而有迴水之作用，則複式渠底坡度之水面線便產生了。

設渠道(I)，渠道(II)分別代表相交斷面之上、下游渠道，相對應之渠底坡度為 S_{b1} 及 S_{b2} ，而且渠斷面形狀， n 值及流量 Q 一定，由兩種不同渠坡之組合，且有 26 種水面線變化(見表一)，其中含有 6 種為 S_{b1} 與 S_{b2} 屬於同一類渠道坡度(M, S 或 A)，而若渠道(I)與渠道(II)之正常水深以 y_{01} 及 y_{02} 表示，臨界水深 y_c 不變。又 S, M 之曲線所加入之角標“+”或“-”分別代表 $S_{b2} > S_{b1}$ 或 $S_{b2} < S_{b1}$ 而對 A 類則表示仰角之增或減。此外，若當渠坡 S_b 不變下，若粗糙係數 n 由上游之 n_1 變成下游之 n_2 ，

這也屬於複式渠道坡度之流況。例如當 $n_2 > n_1$ 則 $y_{02} > y_{01}$ 類似在 n 值不變下，下游渠底坡度變緩之情況，如下圖一：



圖一 渠底坡改變與 n 值改變之比較(a) $S_{b1} > S_{b2}$ (b) $n_2 > n_1$

由表一中，以 S 曲線來說明：

(一) SS+轉變線(見圖二)。

$S_{b2} > S_{b1} > S_c$ ，則 $y_{02} < y_{01} < y_c$ 圖中虛線與長短斷線分別表示臨界水深線及能量線(以下均同此用法)。

由已知條件知：SS+在轉變線位於渠(II)中是與 y_{02} 相切之 S2 型漸變式凹曲線，其 $\frac{dE}{dx} > 0$ ，為一儲存能量流況(式 2-3)，圖二中，相應之轉變線 ab 能量變化之曲線則以 E1 與 E2 之兩能量線相銜接。

(二) SS-轉變線(見圖三)。

$S_{b1} > S_{b2} > S_c$ ，則 $y_{01} < y_{02} < y_c$ ，渠(I)之比能比渠道(II)大，即 $E_1 > E_2$ 故 $\frac{dE}{dx} < 0$ ，為一種耗損能量

流況上凸曲線，故在渠道(II)中有 S3 式曲線。

(三) SC 轉變線(見圖四)。

$S_{b1} > S_{b2} = S_c$ ，則 $y_{01} < y_{02} = y_c$ ， $E_1 > E_2$ 為一種耗損能量型之上凸曲線，發生在渠道(II)中，為一種 C3 曲線。

(四) SM 轉變線(見圖五)。

已知 $S_{b1} > S_c > S_{b2}$ ，則 $y_{01} < y_c < y_{02}$ ，因其為一急一緩下，故其比能可有三種情況：

1. 若 $E_1 > E_2$ 有水躍發生，且水位由 $y_{01} \rightarrow y_{02}$ ，其能量損失為 E_j' ，由 $(E_1 - E_2)$ 與 E_j' 比較有三種不同情況：

- (1) $(E_1 - E_2) > E_j'$ ，水躍會被推到渠道(II)中，因為供給能量損失之潛能比真正損失的大，有足夠能量將水躍下推。因此，水躍有一種 M3 之曲線方式。如圖五(a)
 - (2) $E_1 - E_2 = E_j'$ ；見圖五(b)發生在交界面上。
 - (3) $(E_1 - E_2) < E_j'$ ；水躍在渠道(I)中發生，會有 S₁ 曲線發生如圖五(c)。
2. $E_1 = E_2$ 基於 $y_{01} \rightarrow y_{02}$ 必有水躍能量損失，因此仍以上面 $(E_1 - E_2) < E_j'$ 之 S₁ 曲線認定之。(圖五(c))
 3. $E_1 < E_2$ ，則水躍在渠道(I)中發生只是水躍高度及能量損失不大，S₁ 之曲線長度大，此段儲存能量流況 $Se < Sb_1$ 比能可漸予儲存。(圖五(c))

(五) SH 轉變線 (圖六)

$S_{b1} > S_c > S_{b2} = 0$ ，因 $y_{02} \rightarrow \infty$ ，因此必須考慮渠(II)中之實有長度，如圖六(a)~六(e)所示。隨著渠(II)長度之漸增，SH 轉變線有下列五種：

1. H₃ 在渠道(II)中，末端水深 $y < y_c$ ，流出之流況為急流。
2. H₃ 在渠道(II)中，末端水深 $y = y_c$ ，流出之流況為臨界流。
3. 轉變線 H₃-Jump-H₂ 均發生在渠道(II)中，末端 $y = y_c$ 。
4. 轉變線 Jump-H₂ 及水躍 Jump 在變化交界面 O 處，H₂ 在渠道(II)中。
5. 轉變線 Jump-S₁-H₂ 其中 Jump-S₁ 在渠道(I)而 H₂ 在渠道(II)中。

(六) SA 漸變線

此一狀況也類似 SH 之狀況，因為在 H 與 A 曲線中，其 y_0 在第 1 區間都是不存在的。

兩種不同之渠道坡度如表一所示，共有 26 種不同的渠道坡度組合，而再依上述之水面線分類法，則有 46 種可能性，其中渠道(I)或渠道(II)為 H 或 A 類渠道時，不存在流入或

流出為均勻流之情況，此時，考慮渠道長度之影響是必需的，以便探討此種組合之可能水面線。茲將 46 種水面轉變線之定性情況予以整理如表二。

伍、結 論

在參與了許多有關水力工作及水理分析，甚或水土保持計畫審查中，常常發現用一個“Manning Formula”便代表了一切，求出一個標準斷面交差了事，事實上，水面線之推算是必需的，而往後迴水演算又是必備之工作，不求出水面情況，如何予以出水高度，更遑論如何定出排水構造物之計畫線。渠道之內襯強度是否足夠？渠道之深度是否可排除計畫水量？渠道水流交會後是否有 chocking 之狀況？若渠道水深不足，致出水漫溢，而有坡面沖蝕，進而抬高地下水位，衍生二次公害，何人負責？如何解決？以上種種均不得不深思熟慮，因此，水面線之推算是一種必須進行的工作，也是身為水利技師的我們所必須予以強調者。

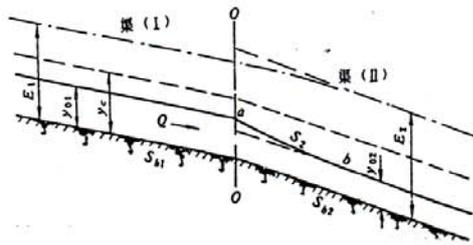
表一 26種複式渠道之符號與性質

渠道(I) S_{b1}	渠道(II) S_{b2}	複式渠道符號	y_{01} 、 y_{02} 與 y_c 的比較
S	S^+	SS^+	$y_{02} < y_{01} < y_c$
	S^-	SS^-	$y_{01} < y_{02} < y_c$
	C	SC	$y_{01} < y_{02} = y_c$
	M	SM	$y_{01} < y_c < y_{02}$
	H	SH	} $y_{01} < y_c < y_{02} \quad (= \infty)$
	A	SA	
C	S	CS	$y_{01} = y_c > y_{02}$
	M	CM	$y_{01} = y_c < y_{02}$
	H	CH	} $y_{01} = y_c < y_{02} \quad (= \infty)$
	A	CA	
M	S	MS	$y_{01} > y_c > y_{02}$
	C	MC	$y_{01} > y_c = y_{02}$
	M^+	MM^+	$y_{01} > y_{02} < y_c$
	M^-	MM^-	$y_{02} > y_{01} > y_c$
	H	MH	} $y_c < y_0 \quad (= \infty)$
	A	MA	
H	S	HS	$y_{02} < y_c < y_{01} \quad (= \infty)$
	C	HC	$y_{02} = y_c < y_{01} \quad (= \infty)$
	M	HM	$y_c < y_{02} < y_{01} \quad (= \infty)$
	A	HA	$y_c < y_0 \quad (= \infty)$
A	S	AS	$y_{02} < y_c < y_{01} \quad (= \infty)$
	C	AC	$y_{02} = y_c < y_{01} \quad (= \infty)$
	M	AM	} $y_c < y_0 \quad (= \infty)$
	H	AH	
	A^+	AA^+	
	A^-	AA^-	

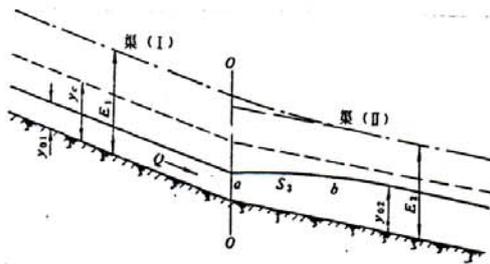
表二 26種複坡渠道中的46種轉變線(或水面線)

複坡 渠道	渠道(I)與渠道(II)特徵比較			轉變線 (或水面線)			
	底 坡	正 常 水 深	比 能	渠(I)內	交界處	渠(II)內	可能數
SS ⁺	$S_{b2} > S_{b1} > S_c$	$y_{01} > y_{02}$	$E_1 < E_2$			S ₂	1
SS ⁻	$S_{b1} > S_{b2} > S_c$	$y_{01} < y_{02}$	$E_1 > E_2$			S ₃	1
SC	$S_{b1} > S_{b2} = S_c$	$y_{01} < y_{02}$	$E_1 > E_2$			C ₃	1
SM	$S_{b1} > S_c > S_{b2}$	$y_{01} < y_{02}$	不定	J-S ₁	J	M ₃ -J	3
SH	$S_{b1} > S_c > S_{b2}(=0)$	$y_{01} < y_{02}(=\infty)$	不定	J-S ₁	J- —	H ₂ ; H ₃ H ₂ ; H ₃ -J-H ₂	
SA	$S_{b1} > S_c, S_{b2} < 0$	y ₀₂ 無意義	不定	J-S ₁	J- —	A ₂ ; A ₃ A ₂ ; A ₃ -J-A ₂	4 4
CS	$S_{b2} > S_{b1} = S_c$	$y_{02} < y_{01} = y_c$	$E_1 < E_2$			S ₂	1
CM	$S_{b1} = S_c > S_{b2}$	$y_{02} > y_{01} = y_c$	$E_1 < E_2$	C ₁			1
CH	$S_{b1} = S_c > S_{b2}(=0)$	$y_{01} < y_{02}(=\infty)$	$E_1 < E_2$	C ₁	—	H ₂	1
CA	$S_{b1} = S_c, S_{b2} < 0$	y ₀₂ 無意義	$E_1 < E_2$	C ₁	—	A ₂	1
MS	$S_{b1} < S_c < S_{b2}$	$y_{01} > y_{02}$	不定	M ₂	—	S ₂	1
MC	$S_{b1} < S_c = S_{b2}$	$y_{01} > y_{02}$	$E_1 > E_2$	M ₂			1
MM ⁺	$S_{b1} < S_{b2} < S_c$	$y_{01} > y_{02}$	$E_1 > E_2$	M ₂			1
MM ⁻	$S_{b2} < S_{b1} < S_c$	$y_{01} < y_{02}$	$E_1 < E_2$	M ₁			1
MH	$S_{b1} > S_{b2}(=0)$	$y_{01} < y_{02}(=\infty)$	不定	M ₁	—	H ₂ ; H ₂	2
MA	$S_{b1} < S_c, S_{b2} < 0$	y ₀₂ 無意義	不定	M ₁	—	A ₂ ; A ₂	2
HS	$S_{b2} > S_c, S_{b1} = 0$	$y_{02} < y_{01}(=\infty)$	不定	H ₃ ; H ₂ H ₃	— —	S ₂ S ₂	3
HC	$S_{b2} = S_c, S_{b1} = 0$	$y_{02} < y_{01}(=\infty)$	$E_1 > E_2$	H ₂ ; H ₃			2
HM	$S_{b2} < S_c, S_{b1} = 0$	$y_{02} < y_{01}(=\infty)$	$E_1 > E_2$	H ₂			1
HA	$S_{b1} = 0, S_{b2} < 0$	y ₀₂ 無意義	不定	H ₂ H ₃	— —	A ₂ A ₃	2
AS	$S_{b1} < 0, S_{b2} > S_c$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₃ ; A ₂ A ₃	— —	S ₂ S ₂	3
AC	$S_{b1} < 0, S_{b2} = S_c$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₂ ; A ₃			2
AM	$S_{b1} < 0, S_{b2} < S_c$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₂			1
AH	$S_{b1} < 0, S_{b2} = 0$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₂ A ₃	— —	H ₂ H ₃	2
AA ⁺	$S_{b2} < S_{b1} < 0$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₂ A ₃	— —	A ₂ A ₃	2
AA ⁻	$S_{b1} < S_{b2} < 0$	y ₀₁ 無意義	$E_1 > E_2$	A ₂ A ₃	— —	A ₂ A ₃	2

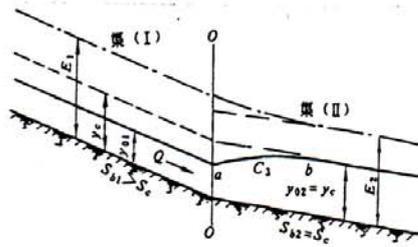
S類及M類角標“+”，表示渠道(II)的底坡大於渠道(I)；A類角標“+”表示底坡的仰角更大。



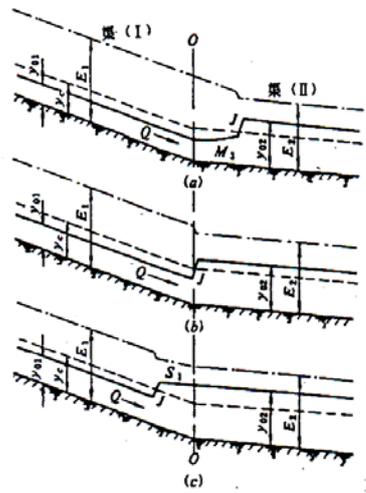
圖二 SS⁺複坡渠道水面線變化圖($S_{b2} > S_{b1} > S_c$)



圖三 SS⁻複坡渠道水面線變化圖($S_{b1} > S_{b2} > S_c$)

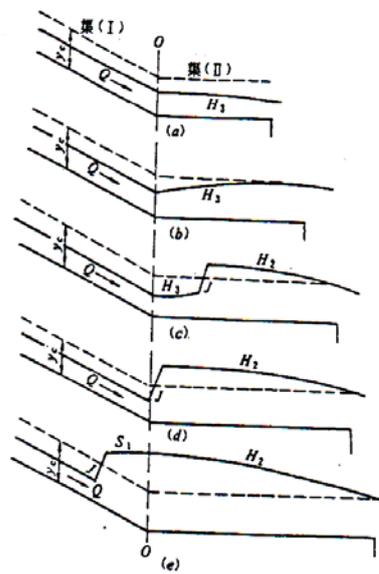


圖四 SC 複坡渠道水面線變化圖($S_{b1} > S_{b2} = S_c$)



圖五 SM 複坡渠道水面線變化圖($S_{b1} > S_c > S_{b2}$)

(a) $E_1 - E_2 > E'_1$, (b) $E_1 - E_2 = E'_1$
(c) $E_1 - E_2 < E'_1$, $E_1 = E_2$, $E_1 < E_2$



圖六 SH 複坡渠道水面線變化圖($S_{b1} > S_c > S_{b2} = 0$)
(圖中渠(II)長度影響為因素)