

流體與相似原理

羅慶瑞

台灣省水利技師公會 常務理事
水利技師公會全聯會 理事

流體(fluid)是相對於剛體(rigid)的一種物體存在現象的描述方式。他們之間的最大區別在於前者著重的是變化率(尤其是對時間的變化),例如:剛體注重體積,流體注重流量,就是一個最好的例子。剛體對邊界條件的敏感度絕無流體來得敏銳,因為流體受水平作用力(慣稱剪力)後會產生永久變形,也就是所謂的流動,這就是為何被稱呼為流體的所在。

流體力學是研究流體運動規律的科學,尤其是對流體在時空因素影響下之流動、旋轉、變形、振動、波動、擴散等機械運動現象。流體與流體邊界的相互作用是影響流體運動的外在重要因素。

流體本身有一個重要的本體特質也就是粘滯性,他常會以動力滯性係數(kinetic turbulent viscosity coefficient)或運動滯性係數(kinematic turbulent viscosity coefficient)來表示,他也是組成雷諾數的主要因子,尤其針對潛體之運動是主要的探討對象。當

然,這個因子是會受到溫度的影響的。流體又因為分子間間距大小之排列緊密度而分為液體與氣體。液體分子間的排列緊密,其運動方式是以層與層之間的相對位移來表示,這就是液體剪力為何以速度梯度來表示的原因。當溫度上升時,層與層間的運動活躍,故動力滯數因之而降低。反觀氣體分子間的排列鬆散,已經沒有層與層的規律排列,其運動方式是以粒子與粒子之間的相對撞來表示,這就是氣體運動為何以氣體動力方程式來表示的原因。當溫度上升時,粒子與粒子間的運動活躍,碰撞加劇,亂度增加,故動力滯數因之而升高。

在相似律分析(similarity analysis)時,幾何特性、運動特性、動力特性,是重要的三大參數之組合來源,當然,特性長度、質量、時間、密度、黏滯性與速度,又是相關參數的重要組成因子。

流體運動學的描述有兩種方式,也就

是 Lagrangian description 與 Eulerian description；前者是用來描述徑線 (path line)，後者是用來描述流線 (stream line)。當對 Lagrangian description 微分就可以得到流線之描述，當然對 Eulerian description 積分就可以得到徑線之描述。然而 Lagrangian description 微分，會遇到邊界條件的問題，對 Eulerian description 積分時，會遇到初始條件的問題。也就是說空間點位與當時速度這兩者是無法同時確認的，這似乎又和量子力學中的海森堡測不準原理有異曲同工之妙。特別注意的是在 Lagrangian 與 Eulerian 兩系統轉換時，其相應之系統轉換之傑可比行列式 (Jacobian determinant) 不可以是 0 或 ∞ 。

流體研究中常會涉及系統 (system) 與控制體 (control volume) 的概念。系統是指包含確定不變的流體質點所組成之集合，他隨流體的運動而流動，體積和形狀可能變化但所包含的流體質點不變。控制體是相對於空間座標系統固定不變的一個體積，流體質點隨時間流入流出這個空間體積，因此，控制體就會有所謂的『界面進出之變化量即為體積之變化率』守恒現象存在。研究流體力學中，Lagrangian 著重在系統，而 Eulerian 則著眼於控制體。這也就是為何在處理流體問題時，常必須用 Lagrangian 的觀點，但卻是要以

Eulerian 的方法來解題的原因所在。為了從守恆定律推導出流體力學的三大基本公式，也就是所謂的 Reynolds transport equation，就需要研究一個系統在空間的運動，從而須解決系統的有關物理量在 Eulerian 空間運動中對時間的全導數問題。運用這個所謂的時間全導數方程式也就是所謂的以 Eulerian differential equation 來表示一格流體系統的 Lagrangian 變化率就是三大基本公式由來的最基本理念。

當流體運動學分析中加入了力的因素，例如質量力、重力、粘滯力、壓力與彈性力，將這些力分為體積力與面積力兩種而分別加入時，這就是流體動力學。N-S equation (Navie-Stoke 方程式)、Eulerian equation of ideal fluid motion (理想流體流動歐拉方程式) 與柏努利方程式 (又稱歐拉方程式之積分) 在此範疇中可以被一一推導而出。

在無維度 (dimensionless) 分析與相似原理中，也將這些因子列入之。在流體力學形成與發展的歷史上，特別是在解決很多實際流動問題方面，無維度分析 (dimensionless analysis) 和試驗方法是常用之手段。為了使複雜的流動問題易於被了解，無維度分析 (dimensionless analysis) 就是一個有效的定性分析手

法，從中可以反映出流動方程式之結構型式。相似原理(principle of similitude)則是流動問題試驗方法的理論基礎，而基於維度和諧之 Buckingham π -theorem 便是常用的重要原理。切記，要使兩個流動相似，其條件如下：

1. 兩個流體應屬同一類現象，並被同一組數學方程式所描述，由數學方程式推出的相似基準維度是同量；
2. 兩個流體的單位值條件相似，由單位值條件中有關物理量組成的相似基準維度是同量；

經由這兩個條件便可組成無維性參數，這樣的參數用以表示特性的相似，而且不會因為使用不同標準單位的計量而影響該相似性。在表面流時，福祿數是考量的因子，在潛體時，雷諾數是重要的，當兩者都重要時，那就是：模型與實體的運動滯數比與特性尺度比的負 1.5 次方成正比，但是實際上的應用卻很少見。這是因為當雷諾數達到某一個臨界值時，阻力便不再與之有關而只與邊界粗糙度有關。阻力的這個規律使我們對於在實際工程中極具重要意義的明渠水流模型試驗柳暗花明又一村，而使之有廣泛的應用。這時為使模型水流與原型相似，只需做到：

- (1) 幾何與邊界條件的相似包含壁面

粗糙度；

- (2) 福祿數相似準則的要求得到滿足；
- (3) 雷諾數在原型與模型中均大於臨界數值；

在明渠流之中，模型要保證粗糙度 n (曼寧係數) 與原型糙度之比例與特性長度比的 1/6 次方成對應，如此才能保證明渠流動的阻力相似，在模型設計時可據此選擇模型所使用的材料。實際上模型材料之選擇是有其限度的。例如，一般的水工構造物為混凝土表面，其 n 值約為 0.013，而模型中即使選用最光滑的可用材料，例如有機玻璃或是刨光木板，其 n 值約為 0.009，如此的使用會得到特性長度比為 $(0.013/0.009)$ 的 6 次方，也就是 9，然而一般溢流壩模型均須選擇 40 以上之尺。不過在一些水工構造物模型中，例如閘、壩等，其模差損失在整體水流現象中影響不大，因此，可以不必過高要求阻力相似。但對於河流、渠道、水庫、隧道等模型實驗時，其阻力相似就相對重要，這是不得不去注意的地方，也許相關其他措施之採用就顯得重要。

以上的論述都是非常基礎的觀念，也是作為深入進階研究之根基所在，以此拋磚引玉，敬請不吝指教。

收稿：101 年 4 月 12 日
修改：101 年 4 月 26 日
接受：101 年 5 月 11 日