

# 寬度函數瞬時單位歷線模式之研析與應用

王 鵬 瑞 — 淡江大學水資源管理與政策研究中心研究一所所長

蘇 騰 鈺 — 淡江大學水資源及環境工程學系助理教授及水利技師

宋 建 樺 — 淡江大學水文技術服務團高級研究專員

## 摘 要

近年來由於台灣環境特殊，造就上游集水區地形陡峻且坡陡急流，每逢颱風暴雨來臨，時常造成中下游地區洪災頻傳，亦使民眾生命財產損失嚴重。因此，藉由具備物理機制之水文模式來建立上游集水區之降雨-逕流關係實有其必要性。爰此，本研究以高屏溪流域上游集水區為研究對象，並收集整理水位流量站代表性颱風暴雨場次之雨量、流量等水文資料，利用同時具備集塊模式與分布模式特性之地貌型瞬時單位歷線模式來建立研究區域之降雨-逕流關係，希冀可提供後續水利工程設計與防災實務上之參考與應用。

**關鍵字：**降雨-逕流關係、集塊模式、分布模式、地貌型瞬時單位歷線模式

## 一、前言

Rodriguez-Iturbe 及 Valdes (1979) 與 Gupta (1980) 等人建立地貌型瞬時單位歷線模式，其利用機率分布概念研究流域上水質點之運動，著重於水質點匯流時間之隨機分布；而 Fiorentino 與 Claps (1993) 則發現寬度函數求得之訊息熵與河網級序、河網量值與地形直徑有密切之關聯。王如意 (1995) 等人則結合寬度函數與瞬時單位歷線理論，將其整合應用於台灣淡水河之基隆河、新店溪與曾文溪流

域作為降雨-逕流之模擬，均有頗佳之結果。

本研究乃結合集水區河川網路結構與瞬時單位歷線理論，進行降雨-逕流模式事件之模擬，以確定研究區域之水文特性。其中，應用自動化河網萃取自 DEM 資料中求取寬度函數，藉以詮釋集水區河網結構，並根據水利擴散類比作用推導集流時間分布。研究中，應用寬度函數與集流時間分布等二種概念為基礎，進一步以歸納方式建立一地貌瞬時單位歷線通式。

## 二、寬度函數瞬時單位歷線模式 (width-function based IUH, WF-IUH)之理論

於每一雨滴降落於集水區之初始位置開始，即可決定雨滴之初始狀態與流動之路徑。 $T_\gamma$ 表示為一雨滴沿路徑 $\gamma$ ，流至集水區出口所需時間，若 $\gamma$ 有 $k$ 種路徑，則 $\gamma = (x_1, \dots, x_k)$ ，其中 $x_1, \dots, x_k \in (o_1, \dots, o_\Omega, c_1, \dots, c_\Omega)$ ，所以集流時間 $T_\gamma$ 為：

$$T_\gamma = T_{x_1} + \dots + T_{x_k} \quad (1)$$

於 $f_{x_i}$ 表示雨滴流經集流區所需時間之機率密度函數，且在不同階段之 $f_{x_i}$ 值仍完全獨立，其如式(2)所示：

$$f_\gamma(t) = f_{x_1} * \dots * f_{x_k} \quad (2)$$

式中， $*$ 表示褶合積分。

則瞬時單位歷線 $f(t)$ 可表示為：

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) f_{x_{\omega}} * \dots * f_{x_{\Omega}}(t) \quad (3)$$

式中， $S_i(t)$ ： $t$ 時刻第 $i$ 筒之單位面積水深( $i=1\sim 4$ )；

$R(t)$ ： $t$ 時刻之降雨量；

$F(t)$ ： $t$ 時刻之入滲量；

將上式對時間 $t$ 取拉普拉斯轉換可得：

$$\hat{f}(s) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) \prod_{x_{\omega} \in \Gamma} \hat{f}_{x_{\omega}}(s) \quad (4)$$

式中， $\hat{f}(s)$ ： $f(t)$ 之拉普拉斯轉換；

$\hat{f}_{x_{\omega}}(s)$ ： $f_{x_{\omega}}(t)$ 之拉普拉斯轉換；

$\Pi$ ：複乘號(multiple product)。

上式(4)中集流時間分布為：

$$\hat{f}_{x_{\omega}}(s) = e^{L(\omega)\theta(s)} \quad (5)$$

式中， $\theta(s)$ ：

$$\left( \langle u \rangle - \sqrt{\langle u \rangle^2 + 4sD_L} \right) / 2D_L ;$$

$L(\omega)$ ： $x_{\omega}$ 之長度。

將式(5)代入式(4)可得：

$$\hat{f}(s) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) e^{-\sum_{x_{\omega} \in \gamma} \theta(s)L(\omega)} \quad (6)$$

當 $u$ 與 $D_L$ 視為常數，則上式之逆轉換為地形性瞬時單位歷線，利用DEM資料萃取河川網路，其示意圖如圖1所示，考慮面積門檻值 $A_{th}$ 像元時，則正規化後之寬度函數 $W(l_i)$ 可視為雨滴質點於集水區中運動距離 $l_i$ 之機率，與上式雨滴選擇 $L(\gamma)$ 路徑之機率 $p(\gamma)$ 可視為相類似，則可進一步改寫為：

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} \sum_{i=1}^{N_{\max}} W(l_i) l_i e^{-((l_i - ut)^2 / 4D_L t)} \quad (7)$$

式中， $l_i$ ： $i$ 距集水出口之沿

河徑距離 $l_i = i\Delta l$ ， $\Delta l$ 為單位距離；

$N_{\max}$ ：從源頭至出口最長流徑之河段總數；

$W(l_i)$ ：正規化後之寬度函數；

$u$ ：雨滴漂移速度(drift)(m/sec)；

$D_L$ ：擴散係數( $m^2/sec$ )。

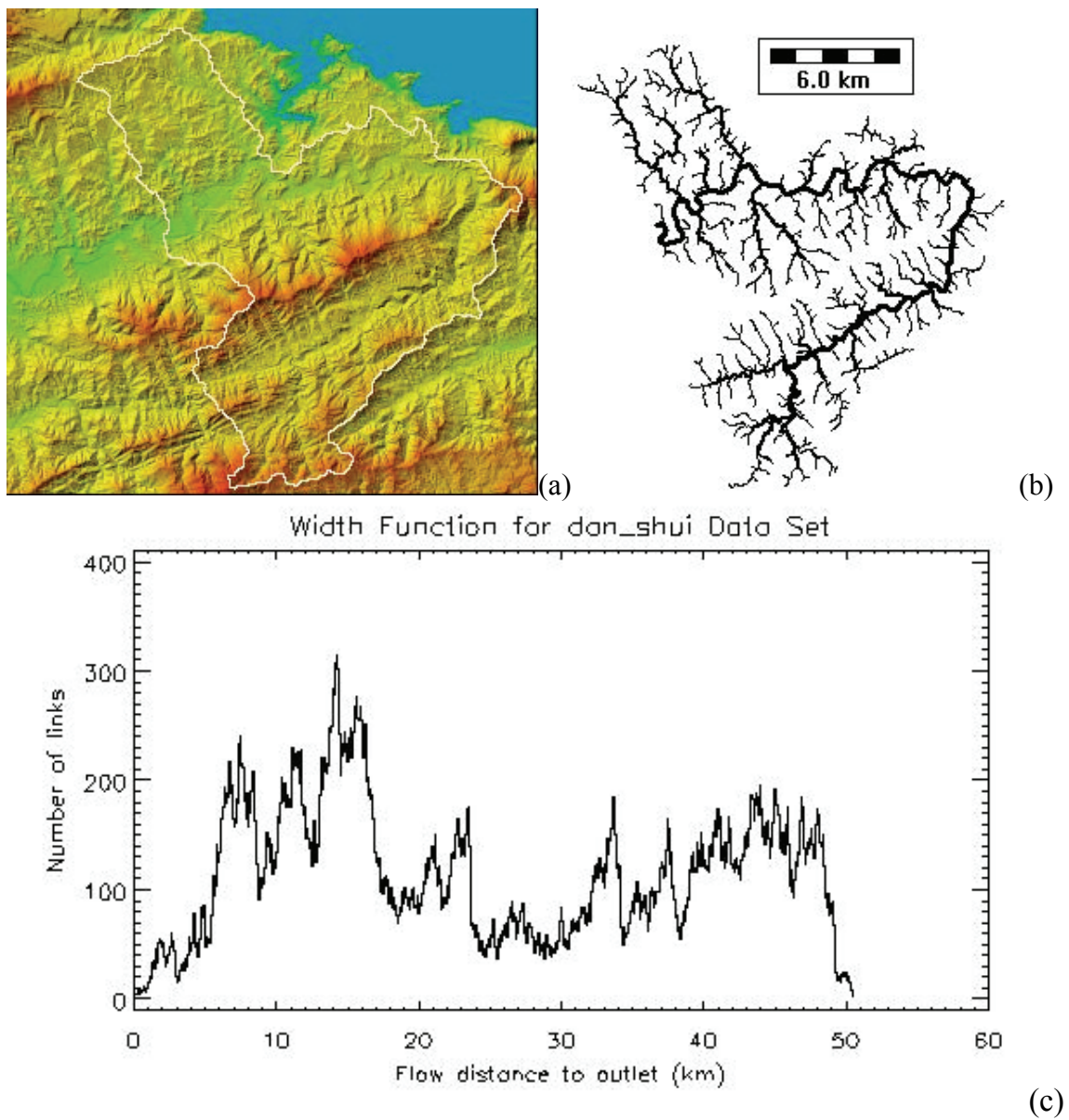


圖 1：(a) 數值高程模式示意圖(b) 河川網路示意圖(c) 寬度函數示意圖

### 三、實務應用

本研究以高屏河流域之里嶺大橋流量站上游集水區為研究對象，首先上游集水區雨量、流量資料，挑選由民國 80

年代迄今、且曾於該地造成較大雨勢或淹水災害之颱風暴雨場次水文資料為主，其相關資訊如圖 2 所示。

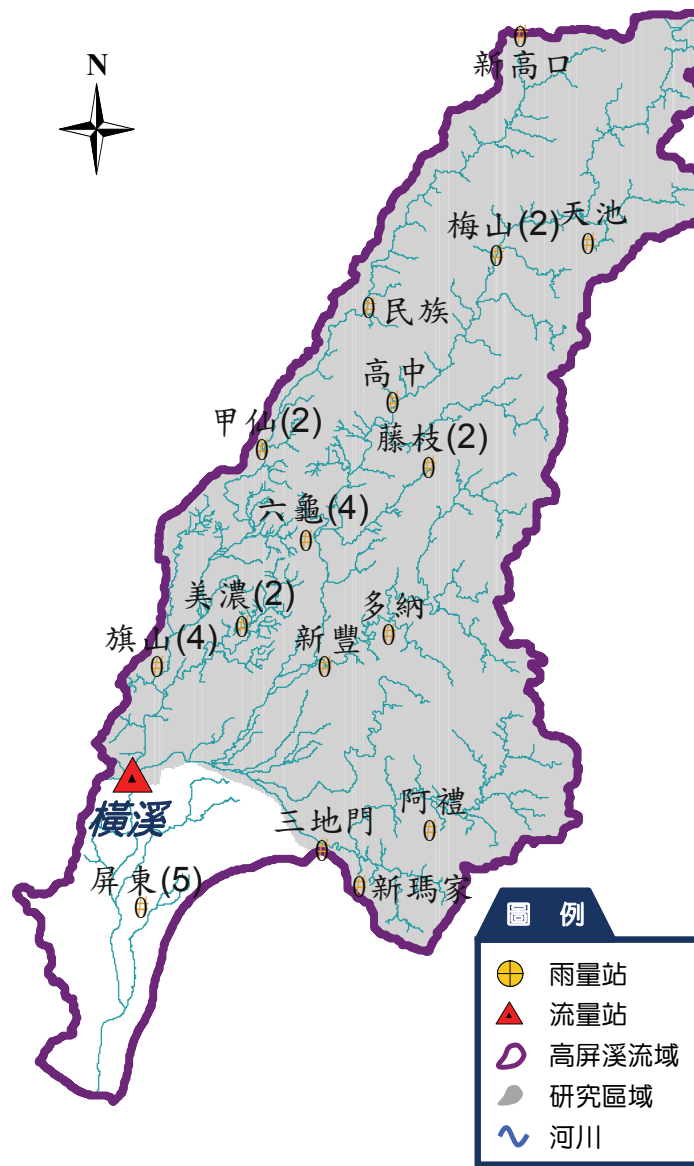


圖 2 高屏溪流域水文測站位置概況圖

茲說明整體分析步驟如下：

(一) 收集里嶺大橋上游集水區內歷史時雨量、時流量資料。其中，時雨量資料係以水利署所管轄之雨量站為主，計有旗山(4)、屏東(5)、新高口、多納、甲仙(2)、美濃(2)、新豐、阿禮、新瑪家、三地門、六龜(4)、高中、藤枝(2)、梅山(2)、天池及民族等共

計 16 站，而時流量資料則以里嶺大橋站為主。

(二) 將里嶺大橋站之時流量資料重新整理排列，並選取歷年發生較大洪水歷線之暴雨或颱風場次資料，以供模式參數檢定驗證之用，本研究挑選之颱風暴雨場次如表 1 所示。

表 1 寬度函數瞬時單位歷線模式採用之颱風暴雨場次一覽表

編號	颱風/暴雨 名稱	發生時間 (年/月/日)	洪峰流量 (秒立方公尺)	洪峰時間 (小時)	備註
1	728 暴雨	80.07.28	4150.0	67	檢定
2	寶莉	81.08.30	9200.0	26	檢定
3	提姆	83.07.11	3490.0	32	檢定
4	道格	83.08.08	11500.0	43	檢定
5	701 暴雨	86.07.01	2310.0	23	檢定
6	804 暴雨	87.08.04	1875.0	22	檢定
7	瑞伯	87.10.15	2360.0	39	檢定
8	520 暴雨	90.05.20	3960.0	14	檢定
9	桃芝	90.07.30	9700.0	12	檢定
10	聖帕	96.08.18	8237.2	25	檢定
11	鳳凰	97.07.28	5589.0	33	檢定
12	薔蜜	97.09.28	9206.3	31	驗證
13	莫拉克	98.08.05	27445.9	74	驗證

(三) 配合步驟(二)挑選出颱風暴雨期間之時雨量紀錄，利用徐昇式法推求得出上游集水區之平均時雨量，於本研究中共用民國 80 年至民國 97 年間 13 場颱風暴雨場次資料進行模式之檢定驗證。

(四) 寬度函數瞬時單位歷線模式除上述之雨量、流量資料供模式模擬外，亦

需一集水區之寬度函數，藉以完整描述整體水文流程。於本研究中，首先利用地理資訊系統套裝軟體 River Tools 中自動化河網萃取方法自 DEM 資料中求得集水區之河川網路，並將河川網路轉化為沿河溪距離之寬度函數，高屏溪里嶺大橋上游集水區之寬度函數如圖 3 所示。

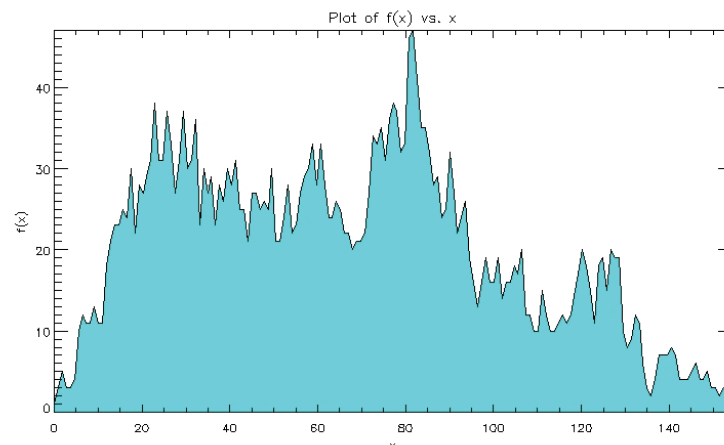


圖 3 高屏溪里嶺大橋上游集水區寬度函數圖

- (五) 本研究乃應用禁忌演算法求取模式之參數，寬度函數瞬時單位歷線模式中主要檢定參數為擴散係數  $D_L$  及漂移速度  $u$ ，才能進一步得瞬時單位歷線，進行寬度函數之地貌型瞬時單位歷線係數之數值試驗時，將係數  $D_L$  訂 1000~40000(m<sup>2</sup>/s)間，係數  $u$  之範圍設定為 0.1~2.5(m/s)之參數。
- (六) 利用步驟(五)檢定之 2 項參數各自予以平均，並代入最新發生之颱風暴雨場次 2 場進行驗證，藉以探討模式之應用性與合理性。

本研究利用上述步驟，於里嶺大橋水位流量站之擴散係數  $D_L$  及漂移速度  $u$  等二項參數檢定結果如圖 3、表 2 及表 3 所示。由結果可得知，民國 80 年至 97 年間各場檢定效率係數  $CE$  值介於 0.736 至 0.959 間，其平均值則為 0.843，而洪峰誤差百分比  $EQP$  值介於 -8.47% 至 -32.45% 間，其平均值為 -19.56%。隨後以 97 年薔蜜颱風及 98 年莫拉克颱風之雨量與逕流量紀錄資料加以驗證之，可得  $CE$  為 0.851，顯示模擬結果與實際資料非常密合(如圖 4)，表示 WF-IUH 模式應用於高屏溪流域上游集水區之擬合度很高。

表 2 高屏溪里嶺大橋上游集水區之模式檢定驗證參數(WF-IUH)

事件/日期 \ 參數	$u$	$D_L$	備註
暴雨/80.07.28	0.9	8000	檢定
寶莉/81.08.30	0.8	22000	檢定
提姆/83.07.11	1.1	22000	檢定
道格/83.08.08	1.4	10000	檢定
暴雨/86.07.01	0.7	5000	檢定
暴雨/87.08.04	1.4	5000	檢定
瑞伯/87.10.15	1.3	5000	檢定
暴雨/90.05.20	1.4	12000	檢定
桃芝/90.07.30	1.0	17000	檢定
聖帕/96.08.18	1.1	24000	檢定
鳳凰/97.07.28	0.6	22000	檢定
平均值	<b>1.064</b>	<b>13818</b>	驗證

註：符號\*表示為利用檢定之參數平均結果進行驗證。

表 3 高屏溪里嶺大橋上游集水區之檢定驗證結果(WF-IUH)

事件/日期	觀測值		模擬值				
	$Q_p$ (cms)	$T_p$ (hrs)	$Q_p$ (cms)	$T_p$ (hrs)	CE	$EQ_p$ (%)	$ET_p$ (hrs)
暴雨/80.07.28	4150.0	67	3238.5	65	0.808	-21.96	-2
寶莉/81.08.30	9200.0	26	7484.9	28	0.907	-18.64	2
提姆/83.07.11	3490.0	32	2993.9	30	0.834	-14.22	-2
道格/83.08.08	11500.0	43	8323.1	41	0.826	-27.63	-2
暴雨/86.07.01	2310.0	23	1620.6	31	0.736	-29.84	8
暴雨/87.08.04	1875.0	22	1266.6	30	0.755	-32.45	8
瑞伯/87.10.15	2360.0	39	1946.2	38	0.829	-17.54	-1
暴雨/90.05.20	3960.0	14	3432.8	14	0.959	-13.31	0
桃芝/90.07.30	9700.0	12	7599.9	13	0.816	-21.65	1
聖帕/96.08.18	8237.2	25	7452.0	29	0.847	-9.53	4
鳳凰/97.07.28	5589.0	33	5115.5	31	0.952	-8.47	-2
*薔蜜/97.09.28	<b>9206.3</b>	<b>31</b>	<b>7340.4</b>	<b>33</b>	<b>0.835</b>	<b>-20.27</b>	<b>2</b>
*莫拉克/98.08.05	<b>27445.9</b>	<b>74</b>	<b>17114.7</b>	<b>72</b>	<b>0.866</b>	<b>-37.64</b>	<b>-2</b>

註 1：符號\*表示為利用檢定之參數平均結果進行驗證。

註 2： $Q_p$  洪峰量、 $T_p$  洪峰到達時間、CE 效率係數、 $EQ_p$  洪峰誤差百分比、 $ET_p$  洪峰時間誤差

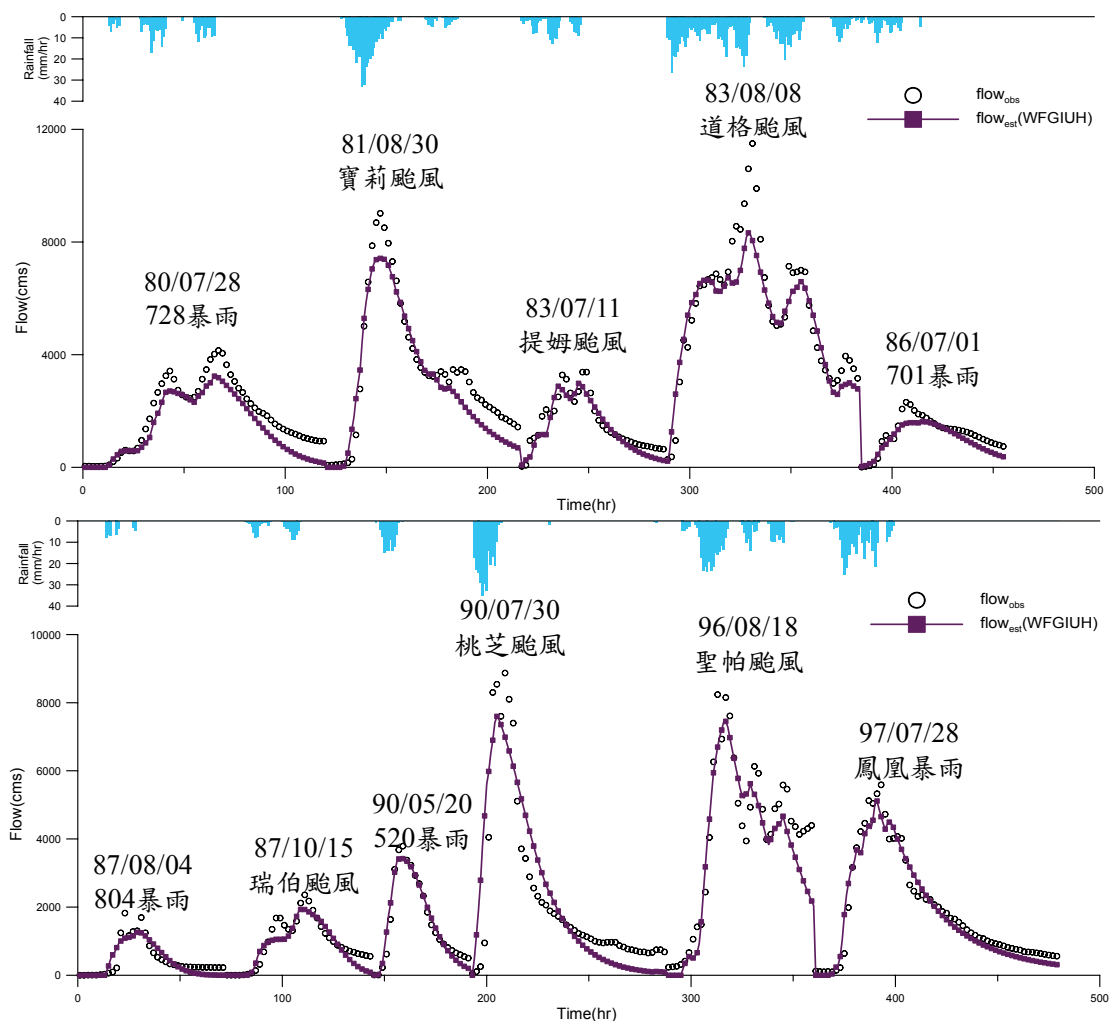


圖 4 颱洪暴雨場次檢定圖

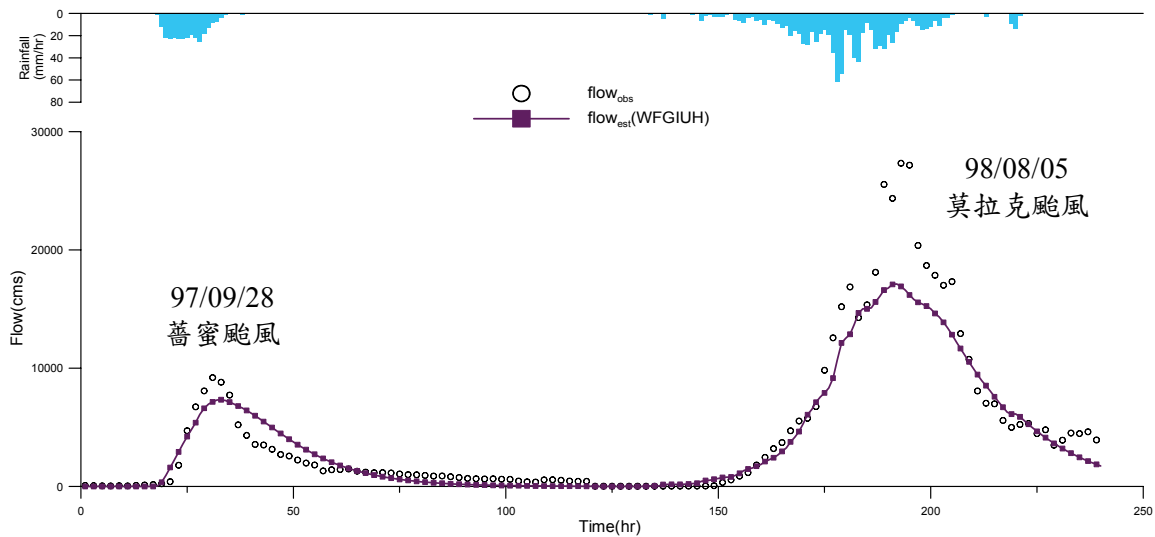


圖 5 颱洪暴雨場次驗證圖

#### 四、結論與建議

本研究採用 WF-IUH 模式為高屏溪里嶺大橋站上游集水區之降雨—逕流模式，該模式係為一具備集塊模式與分布模式並存之水文模式，該模式檢定驗證自民國 80 年迄今共計 13 場颱洪場次均獲致不錯之模擬結果，表示該模式具備一定之準確度，惟其洪峰流量誤差百分比 EQP 仍有改善之空間，後續應持續納入新增之颱洪暴雨場次予以修正擴散係數 DL 及漂移速度  $u$  等參數，希冀藉以提供水文設計及災害預測之參考與應用。

#### 五、參考文獻

- 1.王如意、王鵬瑞、高銘佐，「碎形河川網路之寬度函數通式推導及其於計劃集水區逕流推估上之應用」，農業工程學報，第 47 卷，第 4 期，民國 90 年 12 月。
- 2.王如意、陳展榮、王鵬瑞，「河川網路寬度函數之地貌形瞬時單位歷線模式」，農業工程學報，第 46 卷，第 4 期，民國 89 年 12 月。
- 3.王鵬瑞：「碎形網路生成方法之研究及其於地貌型水文模式之應用」，國立台灣大學生物環境系統工程學研究所博士論文，2002。
- 4.Rodriguez-Iturbe, I. and Rinaldo, A., "Fractal River Basins; Chance and Self Organization," Cambridge Univ. Press, New York, 1997.
- 5.Kling, H. and Gupta, H., "On the development of regionalization relationships for lumped watershed models: The impact of ignoring sub-basin scale variability," Journal of Hydrology, ASCE, 373, pp.337-351, 2009.



6.Di Lazzaro, M., “Regional analysis of storm hydrographs in the Rescaled Width Function framework,” Journal of Hydrology, ASCE, 373, pp.352-365, 2009.

7.Harald Kling and Hoshin Gupta., “On the development of regionalization relationships for lumped watershed models: The impact of ignoring sub-basin scale variability,” Journal of Hydrology, 373, pp.337-351, 2009.

投稿 102.04.23
修改 102.05.07
定稿 102.05.15