

渦輪機流場可壓縮流體模擬

陳鈞華⁽¹⁾、宋建明⁽²⁾、甘俊二⁽³⁾

⁽¹⁾屏東科技大學土木工程系副教授、水利技師

⁽²⁾屏東科技大學土木工程系博士生

⁽³⁾七星農田水利基金會董事長、水利技師

摘要

有限元分析之數值模擬程式，可對渦輪機噴嘴流場進行可壓縮流之流場模擬，使得可壓縮問題不僅侷限於實驗階段。本研究主要目標為探討有限分析軟體中可壓縮流之建模與無黏度時迭代情形，對於動量和壓力慣性鬆弛係數之迭代收斂情形，得知流體最大縱斷面壓力、溫度值和區域；流體軸向速度最大值和區域；流體軸向湍流最大動能。以供工程應用時能加以考慮成合理的非線性分析模式。

關鍵詞：數值分析、湍流理論、可壓縮流。

一、前言

本研究探討漸縮漸擴管(covergent – divergent nozzle)中之壓縮流，若噴嘴只有漸縮斷面，即使將背壓力(back press)不斷下降也無法達到超音速的現象，如果將其後半段加上漸擴管，則可達到超音速流。可壓縮流在真實流體密度變化中是不可忽略的重要流體速度強度變化，速度變化引起壓力變化接續引起密度變化，一般的流體除了劇烈之水中爆炸等，都屬於不可壓縮流。本研究以不可壓縮流結合應用有限

元素軟體於湍流理論，張宏飛、曹紅松等，2006年，以數值分析將湍流模型的選擇解釋的很清楚，不同的網格和流線需垂直的設置，不同的湍流模型包括 S-A、 $K-\epsilon$ (標準、RNG、旋流修正)、K-W(標準、壓力修正)、RSM、LES、RNGK-E 模型分別說明應用情況，本研究依據此應用說明選擇標準 $K-\epsilon$ 模型，屬於完全湍流之高雷諾型態。

二、理論及方法與步驟

2.1 可壓縮流理論模型

渦輪機噴嘴內部的流動現象為可壓縮流。考慮一穩定、一維之等熵流體(Isentropic Flow)，其質量流率為定值。但流體之密度、速度會隨著截面積之不同而有所改變。對於理想氣體而言，可得連續方程式如下：

$\dot{m} = \rho AV = \text{constant} = C$ ，其中 ρ 為密度 (Kg/m^3)， A 為截面積 (m^2)， V 為流體流速 (m/sec)。若將上式取對數，並加以微分，則可得：

$$\ln \rho + \ln A + \ln V = \ln C$$
$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

陳鈞華、宋建明、甘俊二
《渦輪機流場可壓縮流體模擬》

由動量方程式可得： $\frac{dP}{\rho} + \frac{dV^2}{2} = 0$ ，故

$$\frac{-dV}{V} = \frac{dP}{\rho V^2} \dots\dots\dots(2)$$

將(2)式帶入(1)式可得：

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} - \frac{d\rho}{\rho}$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} \left(1 - \frac{V^2}{dP/d\rho} \right) \dots\dots\dots(3)$$

在等熵過程中，壓力與密度有以下的關係：

$$P/\rho^k = \text{constant} = B$$

$$\text{故 } \frac{dP}{d\rho} = \frac{dB\rho^k}{d\rho} = Bk\rho^{k-1} = \frac{kP}{\rho}$$

將理想氣體的狀態方程式代入上式，可得

$$P = \rho RT, \quad \frac{dP}{d\rho} = kRT$$

定義 $C = \sqrt{kRT}$ ，其中 C 為音速，則有

$$\frac{dP}{d\rho} = C^2 \dots\dots\dots(4)$$

將(4)代入(3)得：

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} (1 - M^2) \dots\dots\dots(5)$$

其中 $M = \text{Mach number} = V/C$ 。由式(5)

得知，當在次音速流 (Subsonic, $M < 1$)，

dA 和 dP 同號，即 A 增加時 P 亦增加。當

在超音速流裡 (Supersonic, $M > 1$)， dA

和 dP 異號，即 A 增加時 P 減少。

將(2)代入(5)得：

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2) \dots\dots\dots(6)$$

由(6)式知，當在次音速流裡， dA 和 dP

同號，即 A 增加時 V 亦增加；而在超音速流

裡， dA 和 dP 異號，即 A 增加時 V 減少。

2.2 標準 $k-\varepsilon$ 湍流模型理論

Launder and Spalding, 1972年提出標準

$k-\varepsilon$ 模型，在 FLUENT 軟體變成流場計算

中主要工具之一，其為最簡單的完整湍流模型，如下式(7)~(12)構成了瞬態兩相(流、固體)湍流的基本方程組公式所示。

(1)連續方程式：

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_q \bar{v}_q) = 0 \dots\dots\dots(7)$$

(2)動量方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \bar{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \bar{v}_q \bar{v}_q) = \\ \alpha_q \nabla p + \nabla \cdot [\tau] + \alpha_q \rho_q \bar{g} + \alpha_q \rho_q \bar{F}_q \dots\dots\dots(8) \\ + \bar{F}_{\text{lift},q} + \bar{F}_{\text{vm},q} + \sum_{p=1}^n K_{pq} (\bar{v}_q - \bar{v}_p) \end{aligned}$$

(3)黏性應力張量：

$$[\bar{\tau}_q] = \alpha_q \rho_q (\nabla v_q + \nabla v'_q) + \alpha_q (\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q) \nabla \cdot \bar{v}_q [I] \dots\dots(9)$$

(4)湍流應力張量：

$$[\bar{\tau}'_q] = \frac{2}{3} (\rho_q k_q + \rho_q \mu_{t,q} \nabla \cdot \bar{v}_q) [I] + \rho_q \mu_{t,q} (\nabla v_q + \nabla v'_q) \dots\dots(10)$$

(5)湍流黏度：

$$\mu_{t,q} = \rho_q C_\mu \frac{k_q^2}{\varepsilon_q} \dots\dots\dots(11)$$

(6)湍流動能(k_q)方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \bar{v}_q k_q) = \\ \nabla \cdot (\alpha_q - \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \nabla k_q) + (\alpha_q G_{k,q} - \alpha_q \rho_q \varepsilon_q) + \\ \sum_{l=1}^N K_{lq} (C_{lq} k_l - C_{lq} k_q) - \sum_{l=1}^N K_{lq} (\bar{v}_l - \bar{v}_q) \cdot \\ \frac{\mu_{t,l}}{\alpha_l \sigma_l} \nabla \alpha_l + \sum_{p=1}^n K_{lq} (\bar{v}_l - \bar{v}_q) \frac{\mu_{t,l}}{\alpha_l \sigma_l} \nabla \alpha_q \end{aligned} \dots\dots(12)$$

式中： α_q 是第 q 相的體積分數，且所有相的總 α_q 和為 1。 t 是時間； v_{q0} 是 q 相流速； ρ_q 是 q 相密度； μ_q 和 λ_q 是 q 相的剪力和體積黏度； k_q 是 q 相的湍流動能； $\mu_{t,q}$ 是 q 相的湍流黏度； g 是重力加速度； K_{pq} 是相 p 和 q 間的動量交換係數； F_q 是 q 相

陳鈞華、宋建明、甘俊二
《渦輪機流場可壓縮
流體模擬》

外部體積力； $q_{\text{Fitt},q}$ 是相 q 升力； $F_{V_m,q}$ 是 q 相虛擬品質力。 $[I]$ 是單位張量矩陣； C_μ ， $C_{1\varepsilon}$ ， $C_{2\varepsilon}$ ， $C_{3\varepsilon}$ 是湍流模型常量； $G_{k,q}$ 是 q 相平均速度梯度引起的湍動能； C_{lq} ， C_{ql} 是多相流模型常數。

2.3 流體總壓力梯度理論

三、結果與討論

3.1 噴嘴建模分析步驟

1. 首先分別輸入參數如下所示，噴嘴入口半徑 2.4cm，中間瓶頸半徑 0.5cm，噴嘴出口半徑 0.8cm，噴管內壓力 6.14Mpa，出口壓力 0Mpa。出口處臨界壓力 1atmM，臨界溫度 550K，入口壓力邊界條件 6.14Mpa。建立參數後接續建模模，為 FLUID141 單元建立流體區域瞬態和穩態流體模型，最好通過 4 個節點劃分網格，如圖 1 所示，

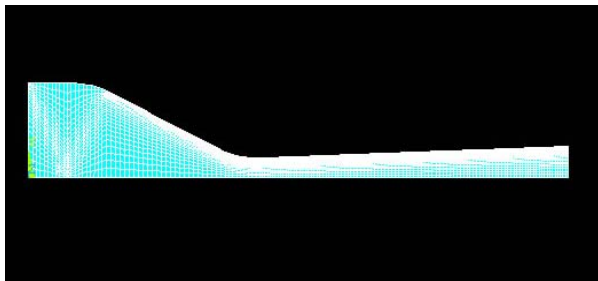


圖1 劃分網格模型

2. 定義邊界條件，以節點和單元荷載中的命令加以標記，可得如圖 2 所示。

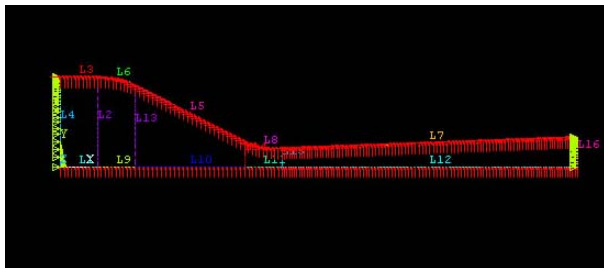


圖2 流體單元荷載模型

3. FLUID141 單元分析

最後，經由流體歐拉方程式公式後以

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left\{ -k_p V_x |V| + \frac{f}{D_h} \rho V_x |V| + C_\mu V_x \right\} \dots (13)$$

k_p ：局部壓力頭損失(質量/長度³)； μ ：動力黏性係數(質量/長度*時間)； f ：摩擦係數； Re ：雷諾數； C ：FLOTTRAN(1/長度²)； V ：流體速度。

探討黏度0之100步和400步進行迭代並分析曲線圖其結果，如圖3、4所示，可知在400步時迭代的表現開始穩定收斂。

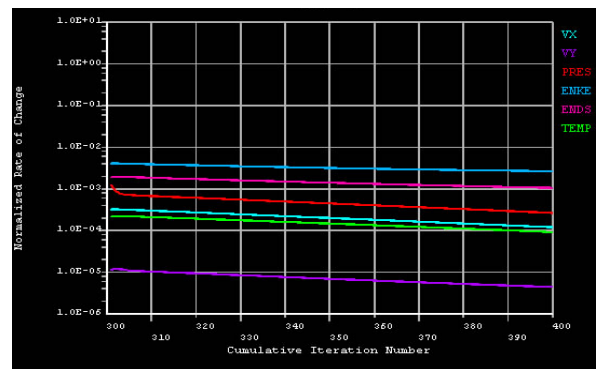


圖3 黏度0之100步迭代曲線圖

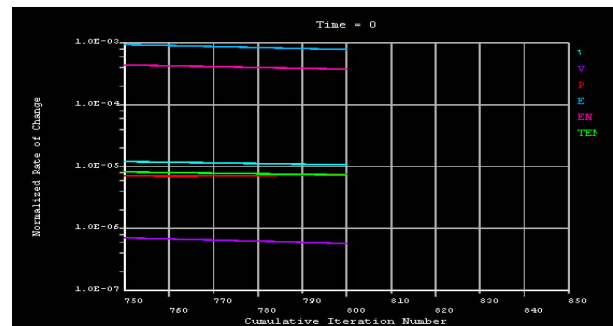


圖4 黏度0之400步迭代曲線圖

3.2 噴嘴動量、質量守恆標準之湍流求解結果分析

對於FLOTTRAN CFD單元，根據動量、質量守恆分別可得速度、壓力，並繪製如圖4、5、6、7所示。

流體縱截面溫度場在於入口區域較高為524~525K，出口區域較低為317~344K。瓶頸區域溫度分佈較小為473K左右，如圖4所示。

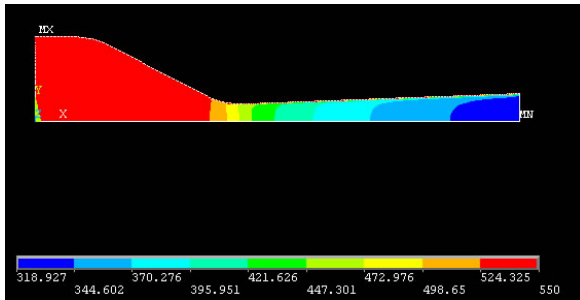


圖4 流體縱截面溫度場分佈圖

流體縱截面壓力場在於入口區域較高為 0.615×10^7 pa，出口區域較低0pa。瓶頸區域壓力分佈變化較快從 0.47×10^7 pa ~ 0.13×10^7 pa，如圖5所示。

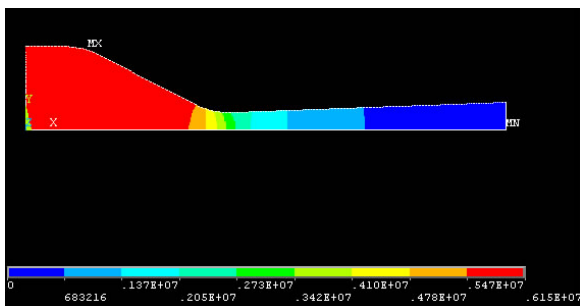


圖5 流體縱截面壓力場分佈圖

四、結果與建議

- 1.本研究基於高馬赫數($Ma > 1.2$)、需考慮流速、壓力、密度及溫度參數，以引起湍流流體(標準 $k - \epsilon$ 湍流)並考慮模擬湍流動能可能破壞噴嘴的情形。
- 2.首先模擬出流體所受最大壓力值分別流體縱截面壓力場在於入口區域較高為 0.615×10^7 pa，最大壓力值分佈於入口處，最小壓力值分佈於噴嘴出口處；流體最大速度值為出口區域達最大噴出速度68134(m/s)；流體軸向速度最大、小值分別為 0.848(m/s)、-0.373(m/s)。

流體軸向湍流動能在於入口區域最低221905kW，出口區域較低 0.15×10^8 kW，瓶頸區域動能分佈最大 0.969×10^8 kW，如圖6所示。

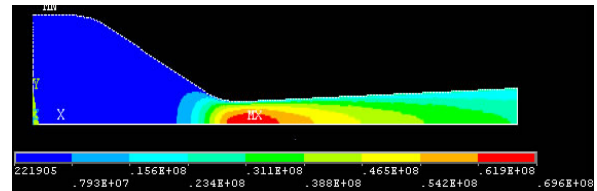


圖6 流體軸向湍流動能分佈圖

流體軸向速度在於入口區域最低為0(m/s)，出口區域可達68134(m/s) 如圖7所示。

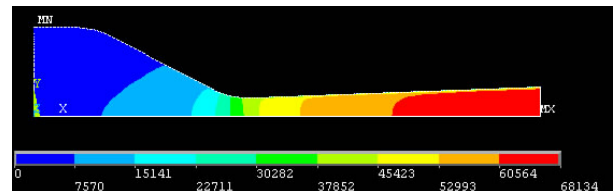


圖7 流體軸向速度場分佈圖

- 3.流體軸向湍流動能在於入口區域221905kW，出口區域較低 0.15×10^8 kW，瓶頸區域動能分佈最大 0.969×10^8 kW，此處為噴嘴最需要特別在材料上處理加強地方，為本噴嘴長期使用損壞會最嚴重的地方。
- 4.根據本研究模型，可接續探討不同黏性係數之液體或氣體，可設置多個不同的噴頭，評估所產生的最小湍流變動和最大壓力、速度，並後續探討當不同噴嘴設置時黏性係數可如何有效收斂。

陳鈞華、宋建明、甘俊二
《渦輪機流場可壓縮
流體模擬》

參考文獻

- 1.李文綯、金保俠，1990 氣體動力學計算方法。
- 2.張宏飛、曹紅松、趙桿東、朱基智，2006，數值仿真中湍流模型的選擇，彈箭與製導學報，中北大學機電工程學院。
- 3.劉昆、張育林，分布參數液體管道的分段近似狀態空間模型 [期刊論文] -推進技術，1998(5)
- 4.Margolis D L Bond graph fluid line models for inclusion with dynamic systems simulations ,1979.
- 5.Strand K.Engja H Bond graph interpretation of one-dimensional fluid flow,1991.
- 6.Launder B.E., Reece G.J., Rodi W., “Progress in the development of a Reynolds-Stress turbulence closure.” Journal Fluid Mech., 68(3), April 1972,pp. 537-566.
7. 網址：<http://stoneszone.net/notes/turbulent Model.html>.