

# 應用DEA模型降低污水於丁二烯的最佳化產出

陳鈞華<sup>(1)</sup>、宋建明<sup>(2)</sup>、甘俊二<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup>屏東科技大學土木工程系副教授、水利技師

<sup>(2)</sup>屏東科技大學土木工程系博士生

<sup>(3)</sup>七星農田水利基金會董事長、水利技師

## 摘要

針對 7 個獨立生產丁二烯的系統情境來探討，首先利用 PE 模型判斷是各情境否在技術和規模上有效。接續利用 PG 模型判斷技術是否有效，並評估 7 種情境在一定投入的條件下，最大限度的利用自身技術條件來減低產出時投入條件，盡可能減少污染物的產出，並同時達到相對技術有效。利用此模型分析可提供生產丁二烯的化學廠，於規劃增加生產丁二烯產量同時能參考此研究做為適當決策和改良。

**關鍵詞：**DEA、丁二烯、負產出。

## 一、研究動機目的

本研究基於瞭解國際報價瞭解到 2010 年 3 月國際報價，丁二烯 2000 美元/噸，價格逐漸升高，丁二烯是生產 SBR、BR 的主要原料，廣泛應用在輪胎、鞋類、橡皮管等終端產品。未來丁二烯的需求量必定是有增無減，但由於丁二烯並不是低污

染的產物，在製造過程中，將會產生過多的污水、廢棄化學液體和廢氣。如何利用固定的投入成本、時間和材料，又能同時達到降低廢棄物和最大化產物（丁二烯）之最佳化，為本研究探討的目的。

## 二、理論及方法與步驟

### 2.1 DEA 模型簡介

DEA 方法在 90 年代後被廣泛於衡量一群利用多項投入因子生產多項產出之決策單位(Decision Making Units,DMU)之相對效率。基於自由選擇權重之特色，DEA 方法有效應用於解決多準則決策問題 (multiple criteria decision making)。DEA 模型，適用於多項投入與多項產出問題，其優點為 1. 可以同時處理多投入與多產出之效率衡量。2. 無須預設函數及參數估計問題。3. 不受人為主觀意識影響。4. 評估

結果為綜合指標，易作效率比較。缺點為 1. 衡量時同質性越高，效果才有意義。2. 當資料過多時，運算過程較為費時。3. 當產出項為負值時，無法處理[1]。資料包絡分析法乃是依據義大利經濟學家柏拉圖 (Pareto) 所提出之最佳境界觀念，評估決策單位 (decision making unit, DMU) 之相對效率。柏拉圖最佳境界之觀念是指無人可在不損及他人的情況下，增加一個人的利益。基於柏拉圖最佳境界之效率觀念，只要求得生產邊界即可將實際生產與生產

邊界加以比較，進而達到衡量效率。生產邊界之估計主要有二種方法，即參數法與無參數法。Charnes, Cooper and Rhodes 根據 Farrell and fieldhouse (1962)的包絡線理論(Envelope)及 Farrell 之確定性無參數法，建立了一套數學式，稱為資料包絡分析法( DEA)。包絡線 ( Envelopment ) 是資料包絡分析法的理論基礎，目的是將投入與產出所形成之值透過線形連接而成，所構成之曲線稱為效率前緣線 (Efficiency Frontier)，凡是落在效率前緣線上則表示其投入與產出是具有效率的，反之則為無效率的。而確定性無參數法則是指不需預設某種生產函數，藉由決策單位彼此間相互衡量，以達到改善效率之目標。

## 2.2 資料包絡分析法

DEA 方法在 90 年代後被廣泛於衡量一群利用多項投入因子生產多項產出之決策單位(Decision Making Units,DMU)之相對效率。基於自由選擇權重之特色，DEA 方法有效應用於解決多準則決策問題 (multiple criteria decision making)。

### 2.2.1 CCR 模式

CCR 模式是由 Charnes、Cooper 和 Rhodes<sup>[1]</sup>延用 Farrell 對於多項投入及多項產出效率衡量的概念，CCR 模式定義，假設使用  $m$  個投入變數與  $s$  個產出變數來評估  $n$  個決策單位。定義  $y_{ik}$  是決策單位  $k$  的第  $i$  個產出變數之值， $x_{rk}$  是第  $r$  個投入變數之值，則第  $j$  個決策單位的效率值，可以從下式之分式模型求得：

$$Max \frac{\sum_{i=1}^s u_i y_{ij}}{\sum_{r=1}^m v_r x_{rj}} \dots \dots \dots (1)$$

$$s.t. \frac{\sum_{i=1}^s u_i y_{ij}}{\sum_{r=1}^m v_r x_{rj}} \leq 1, k=1, 2, \dots, n, u_i, v_r \geq \varepsilon > 0, \quad (2)$$

$$i=1, 2, \dots, s, r=k=1, 2, \dots, m.$$

上述之模式中

- $y_{ik}$  : 決策單位  $k$  的第  $i$  個產出變數之值；
- $x_{rk}$  : 決策單位  $k$  的第  $r$  個投入變數之值；
- $u_i$  : 第  $i$  個產出變數的權數；
- $v_r$  : 第  $r$  個投入變數的權數；
- $n$  : 受評估的決策單位個數；
- $s$  : 產出變數的個數；
- $m$  : 投入變數的個數；
- $\varepsilon$  : 非阿基米德數。

如上公式其目標函數是分數線性規劃 (fractional linear programming) 型，由於運算不易，並有無窮解，於數學上解釋不易，故將模式固定分母之值設為 1，將之轉換成線性規劃模式，稱為 CCR 模式。

$$Max \sum_{i=1}^s u_i y_{ij} \quad (3)$$

$$s.t. \sum_{r=1}^m v_r x_{rj} = 1,$$

$$\sum_{i=1}^s u_i y_{ij} - \sum_{r=1}^m v_r x_{rk} \leq 0, k=1, 2, \dots, n, u_i, v_r \geq \varepsilon > 0, i=1, 2, \dots, s, r=k=1, 2, \dots, m$$

上式公式為投入導向資料包絡分析模式。

### 2.2.2 BCC 模式

Banker, Charnes 與 Cooper (BCC 模式) 對 CCR 模式加於修正，放寬固定規模報酬之假設，可以處理規模報酬變動情況。固定規模報酬(constant returns to scale, CRS) 假設下，，方程式如下

$$F(x, y|CRS) = \min_{\theta, z} \theta$$

陳鈞華、宋建明、甘俊二《應用 DEA 模型降低污水於丁二烯的最佳化產出》

s.t.

$$Y^m \lambda \geq y_{m0}, m=1, \dots, M \dots\dots\dots(4)$$

$$\theta x_{kn} \geq x^m \lambda, k=1, \dots, K \dots\dots\dots(5)$$

$$\lambda \geq 0, n=1, \dots, N \dots\dots\dots(6)$$

其中，

$$Y^m = (y_{m1}, \dots, y_{mN}), X^k = (x_{k1}, \dots, x_{kN}), \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_N)$$

如上式即為CRS 下之技術效率解。假如，

$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$ ，則為VRS(variable returns to scale)

下之技術效率解，改為  $\sum_{i=1}^N \lambda_i / \theta_k = 1$ ，表示

在第k個方案其規模報酬良好，目前參數良好。否則，

$\sum_{i=1}^N \lambda_i < 1$ ，則得NIRS

(non-increasing returns to scale) 下之技術

效率解，改為  $\sum_{i=1}^N \lambda_i / \theta_k < 1$ ，表示在第k個方

案其規模報酬遞增，如投入增加，會增加污染量，但產出效率較大。否則，

$\sum_{i=1}^N \lambda_i / \theta_k > 1$ ，表示在第k個方案其規模報酬

遞減，如投入增加，會增加污染量，但產出效率較低。

### 2.3 DEA 負參數評估模式

對於不同之方案以 BCC 模式中判斷其規模和技術有效率，接續以 CCGSS、CCGSS' 評估是否技術有效，並考量要求在盡可能的最大產能條件下，投入最少的資源和排出最小的污染量，達到相對技術有效。

$$\begin{cases} \min[\theta - \varepsilon(E_m S^- + E_t P^- + E_s S^+)] \\ \text{S.T. } \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + S^- = \theta X_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j P_j + P^- = \theta P_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - S^+ = Y_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda \geq 0, j=1, 2, \dots, n; S^+ \geq 0, S^- \geq 0 \end{cases} \quad \text{(CCGSS)} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \max[\alpha - \varepsilon(E_m S^- + E_t P^- + E_s S^+)] \\ \text{S.T. } \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + S^- = X_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j P_j + P^- = P_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - S^+ = \alpha Y_{j0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda \geq 0, j=1, 2, \dots, n; S^+ \geq 0, S^- \geq 0 \end{cases} \quad \text{(CCGSS')} \quad (8)$$

## 三、結果與討論

### 3.1 DEA 負參數評估模式結果說明

以丁二烯各生產方案表利用 CCGSS、CCGSS' 評估模式求得如表 2 丁二烯各方案評估結果表，可知方案 5、6、7 為良好技術效率，方案 1、2、3、4 經由原本技術效率分別為 0.8689, 0.9094,

0.9663, 0.9445，改良為 1.1509, 1.0997, 1.0348, 1.0588。

### 3.2 丁二烯各方案評估改良結果分析

由丁二烯各方案評估改良結果表，如表 3 所示。方案 1、3、4、5、6、7 之技術效率良好，投入和污染物產生都處於良好

比例；僅有方案 2 規模收益遞減，再增加投入，污染物產生量會增多，又產出效率不高。

由表 3 得知各方案資金節省方式，可改良方案 1 可立刻節省 1,432,000 元，改良方案 2 可節省 1,385,000 元，改良方案 3 可節省 573,500 元，改良方案 4 可節省 850,900

元。並且污水(t/h)由方案 1、2、3、4 分別降低為 12.38、7.84、4.226、7.769；化學廢液(t/h)由方案 1、2、3、4 分別降低為 0.012、0.005、0.001、0.005；廢氣(m<sup>3</sup>/h)由方案 1、2、3、4 分別降低為 0.839、0.509、0.306、0.278。

#### 四、結果與建議

本研究以 DEA 模式(BCC 模型、CCGSS 模型)量化分析後，點結論與建議如下：

1. 本研究結果為綜合性指標，當 BCC 模型結合 CCGSS 模型，可以同時處理多項投入及多項產出的效率評估問題包含可同時處理定性 (qualitative)、定量 (quantitative) 問題(Lewin, Minton[9])，參數無須去因次化、標準化等步驟，可處理順序尺度(ordinal scale)、比率尺寸(ratio scale)資料，無須預設權重，在評估過程中較具公平及合理性，並可有負產出的評估項目。
2. 本研究分析藉由差額變數及目標改善分析結果說明製造丁二烯時，各清楚了解

- 各情境方案決策單位的貢獻度，改進其績效之方向及策略，適度調整投入資源與產出之比例，避免資源分配不均，並證明 DEA 不但具有分析製造丁二烯效率之功能，亦能規劃效率提升之策略，可使得製造商，保有競爭優勢和創造獲利。由於每個決策單位都具有不同之工程專業特性，決策者須針對實際造成無效率之主要原因深入了解，才能得到最適之改善值，以提昇知識管理之效益。
3. 本研究在評估丁二烯製造效率時，受限於研究時間及資料來源取得不易，本研究針對一家化學公司生產情境方案進行量化分析，並無法完全表示當不同公司不同製程時，製造丁二烯時，所需調整的比例。

參考文獻

- 1.黃旭男,「資料包絡分析法使用程序之研究及其在非營利組織效率評估上之應用」,博士論文,國立交通大學管理科學研究所,1993。
- 2.孫遜,「資料包絡分析法—理論與應用」,揚智出版,台北,2004。
- 3.Bjurek, H., Hjalmarsson, L. and Forsund, “Deterministic Parametric and Nonparametric Estimation of Efficiency in Service Production,” Journal of Econometrics, Vol. 46, pp. 213-227,1990.
- 4.Doyle, J. (1995), Multifactor choice for the lazy decision maker: let the alternatives decide, Organizational Behavior and Human Decision Process 62, 87-100.
- 5.Färe, R., Grosskopf, S. and Knox Lovell, C. A. (1994), Production Frontiers, New York: Cambridge University Press.
- 6.Farrell, M.J. (1957), The measurement of productive efficiency, Journal of the Royal Statistical Society Series A 120, 253-281.
- 7.Golany, B. (1988), An interactive MOLP procedure for the extension of DEA to effectiveness analysis. Journal of the Operational Research Society 39, 725-734.
- 8.Hadley, G. (1962), Linear Programming, Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- 9.Lewin, A. Y. and Minton, J. W., “Determining Organizational Effectiveness : Another Look, and an Agenda for Research,” Management Science, Vol. 32, No. 5, pp. 514—538, 1986.

表1 丁二烯各生產方案表

	項目	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5	方案6	方案7
投入	資金 (10萬元)	109.2	152.8	170.34	153.2	97.65	83.21	198.54
	勞動 (萬天/年)	14.9	15.56	15.3	13.84	15.22	17.21	11.11
	乙醇(t/h)	6.54	7.67	6.35	6.04	6.13	6.87	5.02
	乙醛(t/h)	6.84	7.83	6.42	6.53	7.82	8.54	5.2
	蒸汽(t/h)	36.71	38.45	31.8	37.12	38.12	37.15	30.12
	水(t/h)	34.82	41.26	31.2	34.54	37.41	39.45	28.22
污染物	污水(t/h)	66.52	68.65	58.42	64.21	70.12	71.44	52.11
	化學廢液 (t/h)	0.021	0.015	0.009	0.014	0.012	0.018	0.007
	廢氣 (m <sup>3</sup> /h)	5.41	5.62	4.83	5.01	5.94	6.72	4.32
產出	丁二烯 (t/h)	5.54	6.82	6.83	6.62	6.71	6.22	7.31

表 2 丁二烯各方案評估結果表

	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5	方案6	方案7
原本技術效率	0.8689	0.9094	0.9663	0.9445	1	1	1
改良後技術效率	1.1509	1.0997	1.0348	1.0588	1	1	1
投入 鬆弛變量	0	0	0	0	0	0	0
	1.4112	1.1406	3.274	0.9802	0	0	0
	1.0102	1.6041	1.1071	0.5577	0	0	0
	0	0.6621	0.6132	0.205	0	0	0
	2.5176	1.2484	0	3.6371	0	0	0
	1.5029	5.3856	0.9727	2.4245	0	0	0
污染物 鬆弛變量	4.2112	1.7799	2.3376	4.4498	0	0	0
	0.0107	0.0045	0.0008	0.0048	0	0	0
	0.1485	0	0.1482	0	0	0	0
產出鬆弛變量	0	1.4*1.0E-11	3.1*1.0E-11	0	0	0	8.903*1.0E-9

表 3 丁二烯各方案評估改良結果表

項目	方案 1			方案 2			方案 3			方案 4			
	原本	改良目標值	差值	原本	改良目標值	差值	原本	改良目標值	差值	原本	改良目標值	差值	
投入	資金 (10萬元)	109.2	94.8793	14.32	152.8	138.952	13.85	170.34	164.6048	5.735	153.2	144.6909	8.509
	勞動 (萬天/年)	14.9	11.7198	3.18	15.56	13.1126	2.447	15.3	11.6211	3.679	13.84	12.1455	1.695
	乙醇(t/h)	6.54	4.8046	1.735	7.67	5.5162	2.154	6.35	5.0664	1.284	6.04	5.1778	0.862
	乙醛(t/h)	6.84	5.943	0.897	7.83	6.5183	1.312	6.42	5.6112	0.809	6.53	5.9737	0.556
	蒸汽(t/h)	36.71	29.7083	7.002	38.45	33.8301	4.62	31.8	30.7293	1.071	37.12	31.6232	5.497
	水(t/h)	34.82	28.9478	5.872	41.26	32.6232	8.637	31.2	29.2095	1.991	34.54	30.3317	4.208
污染物	污水(t/h)	66.52	54.1375	12.38	68.65	60.8098	7.84	58.42	54.1942	4.226	64.21	56.441	7.769
	化學廢液 (t/h)	0.021	0.009	0.012	0.015	0.0096	0.005	0.009	0.0079	0.001	0.014	0.0087	0.005
	廢氣 (m <sup>3</sup> /h)	5.41	4.5715	0.839	5.62	5.1107	0.509	4.83	4.5241	0.306	5.01	4.7317	0.278
產出	丁二烯 (t/h)	5.54	4.8135	-0.73	6.82	6.2019	-0.62	6.83	6.6	-0.23	6.62	6.2523	-0.37

陳鈞華、宋建明、甘俊二《應用 DEA 模型降低污水於丁二烯的最佳化產出》