

# 實驗水道中沖刷黏土層對圓柱體之偏態與峰度分析探討

陳鈞華<sup>(1)</sup>、宋建明<sup>(2)</sup>、蔡瀚德<sup>(3)</sup>、徐貴新<sup>(4)</sup>、甘俊二<sup>(5)</sup>

<sup>(1)</sup>屏東科技大學土木工程系副教授、水利技師

<sup>(2)</sup>屏東科技大學土木所博士班

<sup>(3)</sup>屏東科技大學土木所碩士班

<sup>(4)</sup>東南科技大學環境管理系副教授兼研發處處長、水利技師

<sup>(5)</sup>七星農田水利研究發展基金會董事長、水利技師

## 摘 要

本研究以 ANOVA 分析結合時間序列法之 ARIMA 模型，針對圓柱體於實驗水道中分別為前 yse(0°)、左 yse(180°)、右 yse(90°)、後 yse(270°)之沖刷狀況進行探討。經實驗渠道中水量沖刷後殘留黏土含量之數據為(各 71 筆) 及利用 ARIMA 取得資料筆數增為(各 100 筆)，分別取對數後進行常態分析，得知均符合常態分佈。進行由 ANOVA 分析得知 yse(0°)、yse(180°)、yse(90°)、yse(270°)分別為(左偏態 Ske=-0.98，峰度 kurtosis=1.094，平均值=1.985；左偏態 Ske=-1.451，峰度 kurtosis=2.794；平均值=2.1243 左偏態 Ske=-0.838，峰度 kurtosis=0.286，平均值=2.361；左偏態 Ske=-0.954，峰度 kurtosis=0.827，平均值=2.3358) 在 95%信賴水準下。由分析 0°左偏態<180°左偏態<90°左偏態<270°左偏態和峰度，可知 270°較 90°更小於平均值，180°峰度較 0°大，則 180°數據較為集中。

**關鍵字：** ANOVA、ARIMA、實驗水道、沖刷。

## 一、研究動機目的

當模擬線性和平穩時間序列法的研究者經常選擇一自迴歸移動平均 (ARMA 模型) 模型，因為它的高性能和耐用性(G.E.P. Box et al.,1997)。其主要優勢在於 ARMA 預測只需要有順序的時間序列數據。研究中發現，如果知道有長期時間序列則 ARMA 具有有利的預測條件。其次，為避免極端問題的發生，有時使用多元預測模式：例如，考慮包括工資、價格及金錢等。此模式為一系列問題可適用於短期預測或具有限制性之時間段可利用該模型估計預測。多元模式具有可利利用即時數據，建立一個巨大的結構矩陣模型，其參數變數，如工資數據，可利用該模型預測，在

有條件的預測基礎上 and 不可預測性之意見，可規則性的增加額外的不確定性。在不同順序的選擇方法之有效性標準基礎上，根據統計論方法，如赤池信息準則 (AIC) 或其它選擇技術面，如最小描述長度 (MDL) C.M. Hurvich (1989)。在選擇小樣本之迴歸和時間序列模型時，J. Amer. (1975)，利用擬合自迴歸模型，選擇一特定的 ARMA 模型，其目的為不影響目標之分析。

在 M. Haseyama,2001 年提出一種 ARMA 訂單式選擇方法與模糊推理結合。此模型中在時間變化的條件下，優化結構模型，解決時間的不容易確定。以結合類

神經網絡、遺傳算法或模糊系統已被提出來提高 ARIMA 模型的精度。G.P. Zhang(2003)，提出時間序列預測結合 ARMA 及類神經網絡模型。F.M. Tseng(2002)以神經網絡模型配合季節性時間 ARMA 模型。現今，最常用的商業軟體工具之時間序列預測模型如 (Statgraphics、SPSS 軟體等) 則需要研究專家學者在 ARMA 模型 (X-12-ARIMA 模型) 的設定條件定義。A.S.Weigend(1994)

## 二、材料及方法

### 2.1 時間序列分析模型

ARIMA 模型是隨機性時間序列分析中的一大類分析方法的綜合。在討論 ARIMA 模型之前，應先了解 ARMA 模型。

ARMA 模型也稱 B-J 方法，是自迴歸模型(AR)和移動平均模型(MA)組合之結果

(1) 自迴歸模型(AR)。迴歸模型為：

$y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_m x_{mt} + \varepsilon_t$  表示觀察值  $y_t$  對另一組觀測值( $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt}$ )的相關性( $t=1, 2, \dots, N$ )。該模組隨機變量  $y_t$  可分解成兩個部份，一是因變量 ( $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt}$ ) 變化所引起的波動，二是殘差  $\varepsilon_t$ ，由一些不確定因素或測量誤差所產生。在時間序列分析中，描述時間序列  $\{y_t\}$  目前時刻和前  $p$  個時刻之間互相關係，其行式為：

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

式中， $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p$  為模型參數， $\varepsilon_t$  是白噪度序列。

(2) 移動平均模型(MA)。

如果將  $y_t$  看成是各期隨機干擾即白噪度序列的線性組合：

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

此時間序列法表明，每個時間序列都是

提出，ARMA 模型預測：Box-Jenkins 的決定結果，最後取決於有能力和具經驗的專家和研究人員的判斷。但經常性的，由不同專家、學者所判斷的時間序列預測結論並不一定相同。

本研究中，以 ANOVA 判斷，該實驗數據何者較為集中，在 95% 信賴水準下可適當使用，接續乃利用 ARIMA 時間序列法來預測可能的發展數據，並探討出未來能提供研究者在數值模擬之參考依據。

過去  $q$  週期隨機擾動之加權平均，充為移動平均模型，簡稱為 MA 模型。

(3) 自迴歸-移動平均模型(ARMA)。

進行時間序列來預測預報模型時，往往期望模型具有更強之代表性，包含  $p$  自迴歸又包含  $q$  移動平均的混合型。其一般行式為：

$$\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

上式左邊為模型自迴歸，其參數( $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p$ )；右邊是模型的移動平均部份，其參數( $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ )。若  $p=0$ ，模型即為移動平均模型；若  $q=0$ ，模型即為自迴歸模型。

(4) ARIMA

自迴歸移動平均結合 (AutoRegressive Integrated Moving Average, ARIMA)，實際應用中的時間序列並非平穩序列，不可直接採用 ARMA 模型。ARMA 模型又可分為 ARIMA( $p, d, q$ ) 模型和 ARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ )<sup>s</sup> 模型。

### 2.2 模型檢驗及應用

(1) ACI 推測，檢驗模型對原始數據適合性的一種方法次是一種考察模型對原始數

據的適合成度，包括考查模型中包含的參數個數。AIC 推測的函數定義為：

$$AIC(p, q, \mu) = \lg \hat{\sigma}_\varepsilon^2(p, q, \mu) + 2(p+q+1)/N \quad (4)$$

(2) 計算 ARMA 模型的相關係數合適誤差。線性迴歸應用中，線性迴歸效果之好壞可用相關係數來衡量。相關係數越接近 1

其回歸效果愈好。散佈點與迴歸線之適合度也就越好。其一般式為：

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (5)$$

### 三、結果與討論

#### 3.1 原始數據與 ARIMA 模型數據

使用 ARIMA 時間數列法分別套用數據 yse(0°, 90°, 180°, 270°)(CM)，比較是否統計可信度會提高。表 1、2 中，在原始數據與以 ARIMA 時間數列法增加之數據之偏度比較中得知，以 ARIMA 的偏度皆小於原始數據，表示數據較為集中，則 ARIMA 所得之平均值為較可靠之數據。

由表 3、4 中，得知 ARIMA 的 Kolmogorov - Smirnov 和 Shapiro - Wilk 接小於原始數據，話句話說也代表數據較為可信。

表 1 原始數據

	平均數 (Mean)	偏度 (skewness)	峰度 (kurtosis)
yse(0°)(CM)	1.985	-0.984	1.094
yse(180°)(CM)	2.1243	-1.451	2.794
yse(90°)(CM)	2.3610	-0.838	0.286
yse(270°)(CM)	2.3358	-0.954	0.827

表 2 ARIMA 時間數列模型數據

	平均數 (Mean)	偏度 (skewness)	峰度 (kurtosis)
yse(0°)(CM)	2.0185	-0.660	-0.134
yse(180°)(CM)	2.1598	-0.962	0.416
yse(90°)(CM)	2.4135	-0.552	-0.314
yse(270°)(CM)	2.3925	-0.486	-0.337

表 3 原始數據 Kolmogorov-Smirnov 和 Shapiro-Wilk

	Kolmogorov-Smirnov	Shapiro-Wilk
yse(0°)(CM)	0.003	0.002
yse(180°)(CM)	0.001	0.000
yse(90°)(CM)	0.031	0.003
yse(270°)(CM)	0.051	0.001

表 4 ARIMA 模型 Kolmogorov-Smirnov 和 Shapiro-Wilk

	Kolmogorov-Smirnov	Shapiro-Wilk
yse(0°)(CM)	0.015	0.009
yse(180°)(CM)	0.005	0.000
yse(90°)(CM)	0.037	0.049
yse(270°)(CM)	0.2	0.099

#### 3.2 常態分佈討論

##### (1) yse(0°) (CM)

由圖 2 中知道因有一個偏離值，所以造成圖 1 中偏離常態線性直線圖，但 Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.003 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.005 < 0.05$ ，符合常態分佈。圖 2 可知點 26 為 0.7 偏小，取對數後為 -0.35667，故移除後再進行對數常態檢定，Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.015 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.009 < 0.05$ ，得知修正此偏小值，可符合常態分佈。

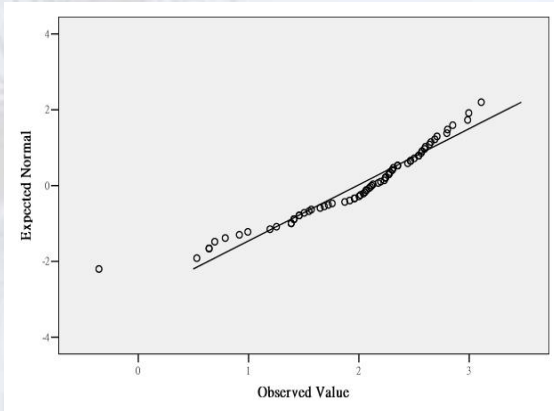


圖1 常態Q-Q圖yse(0°)(CM)

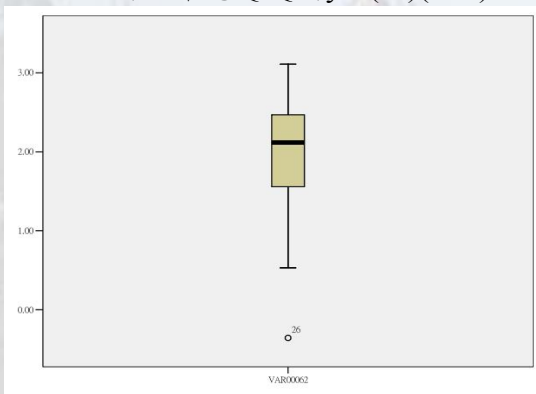


圖2 盒狀圖yse(0°)(CM)

(2) yse(180°) (CM)

由圖 4 可知有一個偏離值，造成圖 3 偏離常態分數，但 Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.001 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.000 < 0.05$ ，符合常態分佈。圖 4 可知點 26 為 0.7 偏小，取對數後為 -0.35667，固移除後再進行對數常態檢定，Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.005 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.000 < 0.05$ ，得知修正此偏小值，可符合常態分佈。

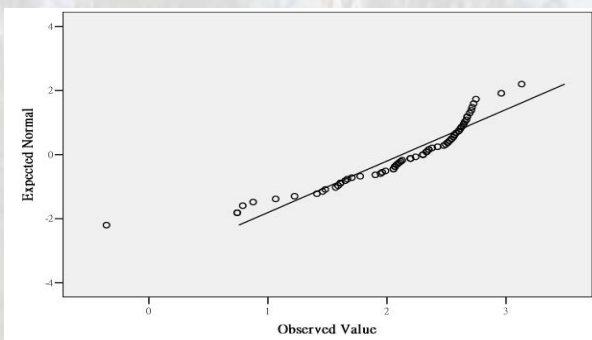


圖3 常態Q-Q圖yse(180°)(CM)

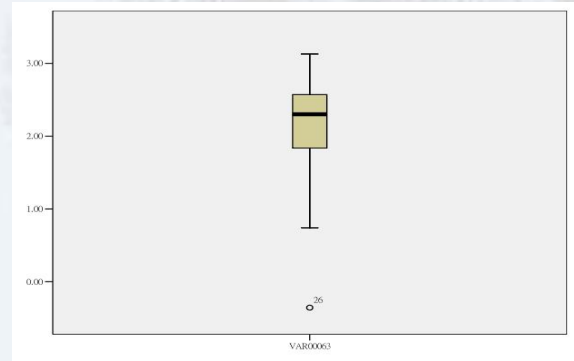


圖4 盒狀圖yse(180°)(CM)

(3) yse(90°) (CM)

圖 6 中有 3 個偏離值，造成圖 5 偏離常態分數，但 Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.031 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.003 < 0.05$ ，符合常態分佈。圖 6 可知點 26、37、38 為偏小，取對數後為 -0.36、0.74、0.74，固移除後再進行對數常態檢定，Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.037 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.049 < 0.05$ ，得知修正此偏小值，可符合常態分佈。

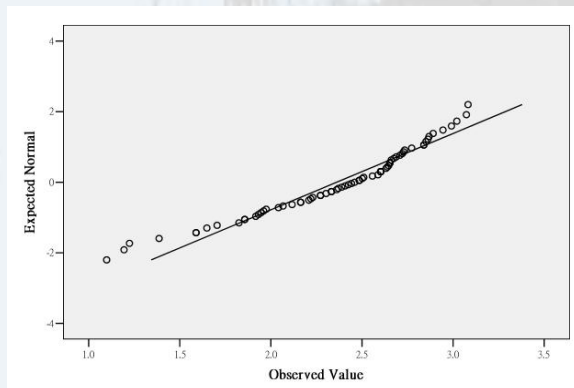


圖5 常態Q-Q圖yse(90°)(CM)

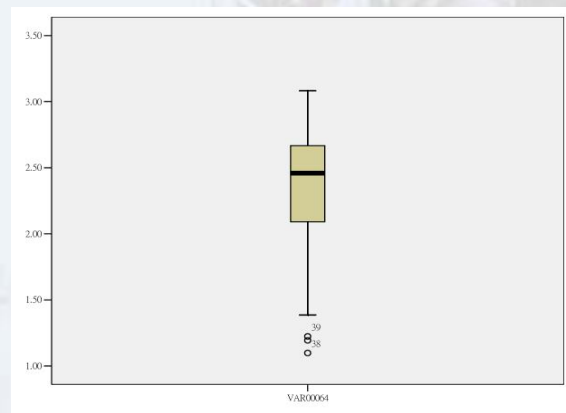


圖6 盒狀圖yse(270°)(CM)

(4) yse(270°)(CM)

圖 7 有一個偏離值，造成偏離常態分

數，但 Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.001 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.000 < 0.05$ ，符合常態分佈。圖 8 可知點 26 為 0.7 偏小，取對數後為 -0.35667，固移除後再進行對數常態檢定，Kolmogorov-Smirnov 的  $p=0.015 < 0.05$ 、Shapiro-Wilk 的  $p=0.009 < 0.05$ ，得知修正此偏小值，可符合常態分佈。

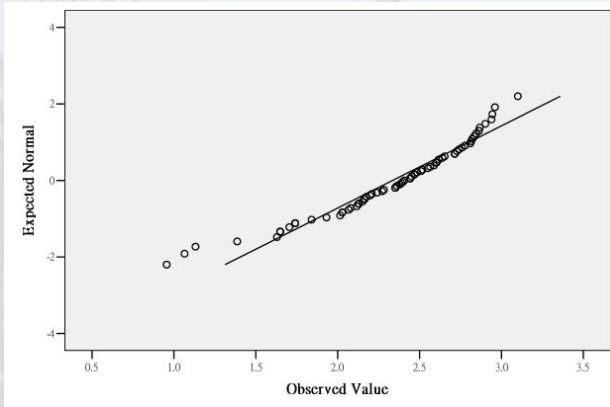


圖7 常態Q-Q圖yse(270°)(CM)

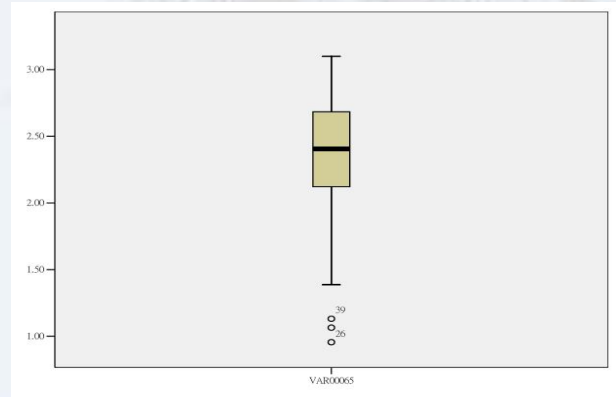


圖8 盒狀圖yse(270°)(CM)

### 3.3 偏態和峰態之分佈討論

在模型中  $yse(0^\circ)(CM)$ ，skewness=-0.98 為左偏，kurtosis=1.094，數據形成描述小於平均值 1.985(在 95%信賴區間內範圍 1.8251~2.145)。 $yse(180^\circ)(CM)$ ，skewness = -1.451 為左偏，kurtosis=2.794，數據形成描述小於平均值 2.1243(在 95%信賴區間內範圍 1.9771~2.2715)。 $yse(90^\circ)(CM)$ ，skewness = -0.838 為左，kurtosis=0.286，數據形成描述小於平均值 2.361(在 95%信賴區間內範圍 2.2515~2.4705)。 $yse(270^\circ)(CM)$ ，skewness = -0.954 為左偏，kurtosis=0.827，數據形成描述小於平均值 2.3358(在 95%信賴區間內範圍 2.2257~2.446)。

## 結果與建議

- 1.由本研究中，得知經由 ARIMA 取得資料筆數(各 100 筆)與原實驗渠道中水量沖刷後殘留黏土含量之觀測數據(各 71 筆)分別取對數後進行常態分析，得知 ARIMA 更符合常態分佈。
- 2.本研究針對偏態及峰態進行研究探討，在 95%信賴水準下， $0^\circ$ 左偏態 $<180^\circ$ 左偏態 $<90^\circ$ 左偏態 $<270^\circ$ 左偏態和峰度，可知

$270^\circ$ 較  $90^\circ$ 更小於平均值， $180^\circ$ 峰度較  $0^\circ$ 大，則  $180^\circ$ 時數據較為集中，也較為可信。

- 3.本研究利用偏態和峰態結合 ARIMA 的方法來提供一種可靠的補遺分析，未來可運用於量測橋樑橋墩沖刷，因時間空間的變化常造成儀器或人為的疏失造成數據缺失的補遺。

### 參考文獻

1. Briaud, J.-L., Ting, F.C.K., Chen, H.C., Gudavalli, R., Perugu, S., Wei, G., 1999. SRICOS:prediction of scour rate in cohesive soils at bridge piers. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 125 (4), 237–246.
2. Ettema, R., 1980. Scour at bridge piers. Rep. No. 216, School of Engineering. University of Auckland, New Zealand.
3. Ettema, R., Melville, B.W., Barkdoll, B., 1998. Scale effect in pier-scour experiments. *Journal of Hydraulic Engineering* 124 (6), 639–642.
4. Lavelle, J.W., Mofjeld, H.O., Baker, E.T., 1984. An in situ erosion rate for fine grained marine sediments. *Journal of Geophysical Research* 89 (c4), 6543–6552.
5. Melville, B.W., 1997. Pier and abutment scour: integrated approach. *Journal of Hydraulic Engineering* 123 (2), 125–136.
6. Nezu, I., Nakagawa, H., 1993. *Turbulence in open-channel flows*. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
7. Sheppard, D.M., Odeh, M., Glasser, T., 2004. Large scale clear-water local pier scour experiments. *Journal of Hydraulic Engineering* 130 (10), 957–963.
8. Vallejo, L.E., Mawby, R., 2000. Porosity influence on the shear strength of granular material–clay mixtures. *Engineering Geology* 58 (2), 125–136.
9. Vallejo, L.E., Zhou, Y., 1994. The mechanical properties of simulated soil–rock mixtures. *Proceedings of the 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, New Delhi, India, 1, pp. 365–368.

收稿：100年5月4日 修改：100年5月7日 接受：100年5月11日
--