

施工中滯洪沉砂池體積計算之研究

余 濬

台北市水利技師公會顧問
(博士、水利技師、水土保持技師)

一、前言

依據「水土保持技術規範」規定，台灣山坡地於開發時除特殊情況外，皆需施做施工中滯洪沉砂池及永久滯洪沉砂池。國內常見的施工中滯洪沉砂池形狀，通常為明挖式之槽體，底部為矩形，四側邊坡採用相同之邊坡比 1:Z(垂直:水平)，而其體積之計算常採用上下底面積平均乘上高之近似計算法，偶亦見採用截錐體之近似計算法。

於工程實務上之規劃或設計，當然以正確計算法求得的結果最佳，但正確計算法往往較為費時或費力，因此替代以近似計算法較為簡便並非不可，但關鍵在於計算的結果必需符合"保守"原則(亦即安全)，舉例而言，若某滯洪沉砂池需要的(或規定的)體積為 100m^3 ，當其設計之斷面尺寸擬定後，以近似計算法求得的體積為 105m^3 ，看似已滿足需要，若其正確值只有 93m^3 ，則該斷面尺寸並不"保守"，安全性不足。

有鑑於此，本文以理論推導施工中滯洪沉砂池之體積計算公式，並以工程實務上常見的斷面尺寸，以正確計算法以及上下底面積平均法、中間面積法與截錐體法等三種近似計算法，於固定矩形長度 $X=10\text{m}$ 之條件下，分別以不同之寬度 $Y=1、2、3\cdots 10\text{m}$ ，不同之邊坡比 $Z=0.5、1.0$ 與 1.5 ，以及不同之高度 $H=1、2、3\text{m}$ ，分別計算施工中滯洪沉砂池體積，最後再將各近似計算法之結果與正確值作比較，分析其誤差之大小；最後，對於設有排放井之施工中滯洪沉砂池，其排放井之體積計算亦予以分析比較，可作為工程師規劃設計時之參考。

二、施工中滯洪沉砂池體積之正確計算法

常見施工中以抽水機抽水之滯洪沉砂池平面與剖面圖，詳見圖 2.1 與圖 2.2，立體圖與分解圖詳見圖 2.3 與圖 2.4。

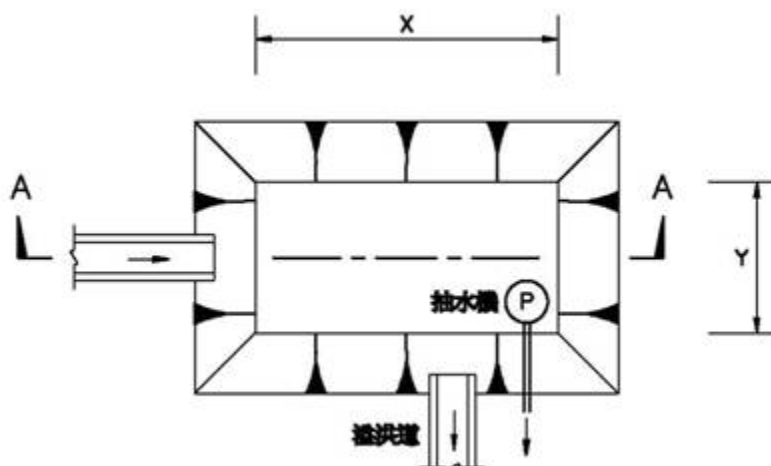


圖 2.1 施工中滯洪沉砂池平面圖(抽水式)

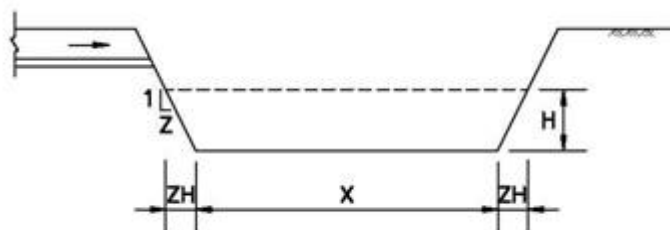


圖 2.2 施工中滯洪沉砂池剖面圖(抽水式)

圖中符號，

下底矩形長= X

下底矩形寬= Y

高= H

邊坡比(垂直：水平)= $1 : Z$

因此可得，

$$\text{下底面積 } A_1 = X \times Y = XY \quad (2.1.1)$$

$$\begin{aligned} \text{上底面積 } A_2 &= (X + 2 \times H \times Z)(Y + 2 \times H \times Z) = (X + 2HZ)(Y + 2HZ) \\ &= XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2 \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

中間面積 $A_0 = H/2$ 處之面積

= 中間矩形長 \times 中間矩形寬

$$= (X + H \times Z)(Y + H \times Z) = XY + HZX + HZY + H^2Z^2 \quad (2.1.3)$$

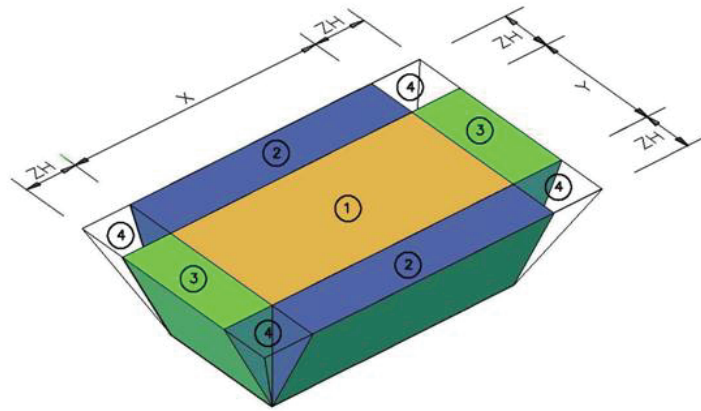


圖 2.3 施工中滯洪沉砂池體積立體圖(抽水式)

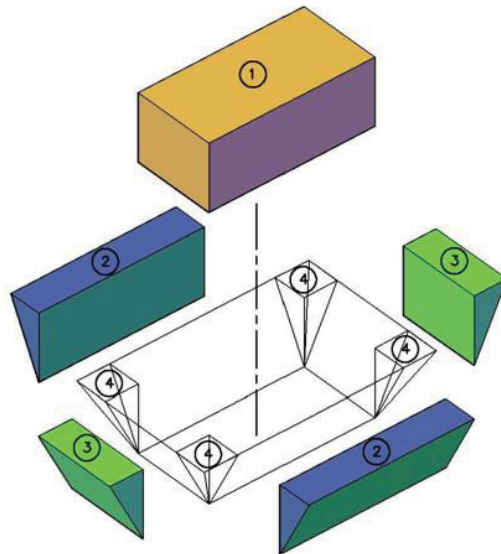


圖 2.4 施工中滯洪沉砂池體積分解圖(抽水式)

1. 四方柱體積：即圖 2.4 中①之體積

$$V_{A1} = A_1 \times H$$

將 (2.1.1) 式之 A_1 代入上式得，

$$V_{A1} = XYH$$

2. 位於四邊之三角柱體積：即圖 2.4 中②與③之體積

$$V_{A2} = 2 \times \left(\frac{H^2 Z}{2} \times X \right) + 2 \times \left(\frac{H^2 Z}{2} \times Y \right) = H^2 ZX + H^2 ZY$$

3. 位於四個角落之錐體體積：即圖 2.4 中④之體積

$$V_{A3} = 4 \times \left(\frac{H^3 Z^2}{3} \right) = \frac{4}{3} H^3 Z^2$$

以正確計算法(簡稱 A 法)求得的體積亦即 $V_A = V_{A1} + V_{A2} + V_{A3}$

$$= XYH + H^2ZX + H^2ZY + \frac{4}{3}H^3Z^2 \quad (2.1.4)$$

三、施工中滯洪沉砂池體積之近似計算法

3.1 上下底面積平均法

上下底面積平均法(簡稱 B 法)為施工中滯洪沉砂池體積最常用之近似計算法，其體積計算如下

$$\begin{aligned} \text{體積 } V_B &= (\text{下底面積} + \text{上底面積}) \times \text{高} \div 2 \\ &= (A_1 + A_2) \times H \div 2 \end{aligned}$$

，將 (2.1.1) 式之 A_1 與 (2.1.2) 式之 A_2 代入上式得

$$\begin{aligned} V_B &= (XY + XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2) \times H \div 2 \\ &= XYH + H^2ZX + H^2ZY + 2H^3Z^2 \\ &= V_A + \frac{2}{3}H^3Z^2 \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

比較 (3.1.1) 式與 (2.1.4) 式可知，B 法計算之施工中滯洪沉砂池體積大於 A 法，其增加之體積為 $\frac{2}{3}H^3Z^2$ 。

3.2 中間面積法

施工中滯洪沉砂池體積之另外一種近似計算法為中間面積法(簡稱 C 法)，其體積計算如下，

$$\begin{aligned} \text{體積 } V_C &= \text{中間面積} \times \text{高} \\ &= A_0 \times H \end{aligned}$$

將 (2.1.3) 式之 A_0 代入上式得

$$\begin{aligned} V_C &= (XY + HZX + HZY + H^2Z^2) \times H \\ &= XYH + H^2ZX + H^2ZY + H^3Z^2 \\ &= V_A - \frac{1}{3}H^3Z^2 \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

比較 (3.2.1) 式與 (3.1.1) 式、(2.1.4) 式可知，C 法計算之施工中滯洪沉砂池體積小於 A 法與 B 法，其減少之體積為 $\frac{1}{3}H^3Z^2$ 。

3.3 截錐體法

此外施工中滯洪沉砂池體積尚有另外一種近似計算法為截錐體法(簡稱 D 法)計算，其計算公式為，

$$\text{體積 } V_D = \frac{H}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) \quad (3.3.1)$$

，將 (2.1.1) 式之 A_1 與 (2.1.2) 式之 A_2 代入上式得

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{H}{3}(XY + XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2 + \\ &\quad \sqrt{(XY)(XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2)}) \\ &= \frac{H}{3}(2XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2 + \\ &\quad \sqrt{(XY)(XY + 2HZX + 2HZY + 4H^2Z^2)}) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

(3.3.2) 式不易與 (2.1.4) 式比較大小，茲以下底矩形長 X 等於下底矩形寬 Y 來探討， $X=Y$ ，亦即當下底形狀為正方形時，(3.3.2) 式變成，

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{H}{3}(2Y^2 + 4HZY + 4H^2Z^2 + \sqrt{Y^2(Y^2 + 4HZY + 4H^2Z^2)}) \\ &= \frac{H}{3}(2Y^2 + 4HZY + 4H^2Z^2 + Y(Y + 2HZ)) \\ &= \frac{H}{3}(2Y^2 + 4HZY + 4H^2Z^2 + Y^2 + 2HZY) \\ &= \frac{H}{3}(3Y^2 + 6HZY + 4H^2Z^2) \\ &= Y^2H + \frac{4}{3}H^3Z^2 + 2H^2ZY \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

另外，再將 $X=Y$ 代入 (2.1.4) 式得，

$$\begin{aligned} V_A &= XYH + H^2ZX + H^2ZY + \frac{4}{3}H^3Z^2 \\ &= Y^2H + 2H^2ZY + \frac{4}{3}H^3Z^2 \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

(3.3.3) 式等於 (3.3.4) 式，亦即當 $X=Y$ 時，施工中滯洪沉砂池之體積方為截錐體。

另 (3.3.1) 式可與 (3.1.1) 式比較大小，(3.3.1) 式可改寫為，

$$V_D = \frac{H}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{H}{6}(2A_1 + 2A_2 + 2\sqrt{A_1 A_2}) \quad (3.3.5)$$

，而 (3.1.1) 式可改寫為

$$V_B = \frac{H}{2}(A_1 + A_2) = \frac{H}{6}(3A_1 + 3A_2) = \frac{H}{6}(2A_1 + 2A_2 + A_1 + A_2) \quad (3.3.6)$$

(3.3.6) 式減去 (3.3.5) 式，

$$V_B - V_D = \frac{H}{6}(A_1 + A_2 - 2\sqrt{A_1A_2}) \quad (3.3.7)$$

依據數學不等式 $\frac{A_1 + A_2}{2} \geq \sqrt{A_1A_2}$ (其中當 $A_1 = A_2$ 時，等號成立)，因此

$A_1 + A_2 \geq 2\sqrt{A_1A_2}$ ，當 $Z \neq 0$ ，亦即 $A_1 \neq A_2$ ， $A_1 + A_2 > 2\sqrt{A_1A_2}$ ，(3.3.7) 式為 $V_B - V_D > 0$ ，亦即 D 法計算之施工中滯洪沉砂池體積小於 B 法。

四、各種計算方法之比較

茲以常見之施工中滯洪沉砂池其下底矩形長 $X=10\text{m}$ ，下底矩形寬 $Y=1\text{m}、2\text{m}、\dots、10\text{m}$ 共 10 種，池高 $H=1\text{m}、2\text{m}、3\text{m}$ 共 3 種，邊坡比 $Z=0.5、1.0、1.5$ 共 3 種，分別計算施工中滯洪沉砂池之正確體積(A 法)，以及採用上下底面積平均法(B 法)、中間面積法(C 法)與截錐體法(D 法)等三種近似計算法之體積如下表 4.1~表 4.9，表中亦計算三種近似計算法計算之體積與正確體積之比值 S，並繪於以下圖 4.1~圖 4.9。

表 4.1 施工中滯洪沉砂池體積計算表($H=1\text{m}、Z=0.5$)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	1.0	0.5	10	22	15.75	15.833	16.000	15.750	15.611	1.0105	0.9947	0.9859
10	2	1.0	0.5	20	33	26.25	26.333	26.500	26.250	26.230	1.0063	0.9968	0.9961
10	3	1.0	0.5	30	44	36.75	36.833	37.000	36.750	36.777	1.0045	0.9977	0.9985
10	4	1.0	0.5	40	55	47.25	47.333	47.500	47.250	47.301	1.0035	0.9982	0.9993
10	5	1.0	0.5	50	66	57.75	57.833	58.000	57.750	57.815	1.0029	0.9986	0.9997
10	6	1.0	0.5	60	77	68.25	68.333	68.500	68.250	68.324	1.0024	0.9988	0.9999
10	7	1.0	0.5	70	88	78.75	78.833	79.000	78.750	78.829	1.0021	0.9989	0.9999
10	8	1.0	0.5	80	99	89.25	89.333	89.500	89.250	89.331	1.0019	0.9991	1.0000
10	9	1.0	0.5	90	110	99.75	99.833	100.000	99.750	99.833	1.0017	0.9992	1.0000
10	10	1.0	0.5	100	121	110.25	110.333	110.500	110.250	110.333	1.0015	0.9992	1.0000

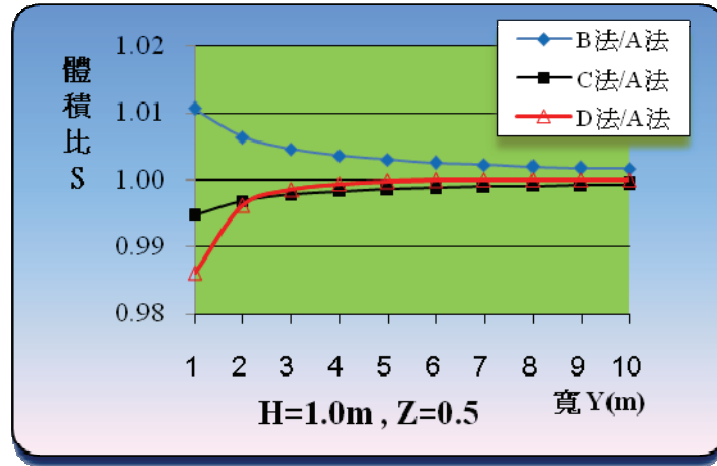


圖 4.1 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=1m、Z=0.5)

表 4.2 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=2m、Z=0.5)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	2.0	0.5	10	36	22	44.667	46.000	44.000	43.316	1.0299	0.9851	0.9698
10	2	2.0	0.5	20	48	33	66.667	68.000	66.000	65.989	1.0200	0.9900	0.9898
10	3	2.0	0.5	30	60	44	88.667	90.000	88.000	88.284	1.0150	0.9925	0.9957
10	4	2.0	0.5	40	72	55	110.667	112.000	110.000	110.444	1.0120	0.9940	0.9980
10	5	2.0	0.5	50	84	66	132.667	134.000	132.000	132.538	1.0101	0.9950	0.9990
10	6	2.0	0.5	60	96	77	154.667	156.000	154.000	154.596	1.0086	0.9957	0.9995
10	7	2.0	0.5	70	108	88	176.667	178.000	176.000	176.632	1.0075	0.9962	0.9998
10	8	2.0	0.5	80	120	99	198.667	200.000	198.000	198.653	1.0067	0.9966	0.9999
10	9	2.0	0.5	90	132	110	220.667	222.000	220.000	220.664	1.0060	0.9970	1.0000
10	10	2.0	0.5	100	144	121	242.667	244.000	242.000	242.667	1.0055	0.9973	1.0000

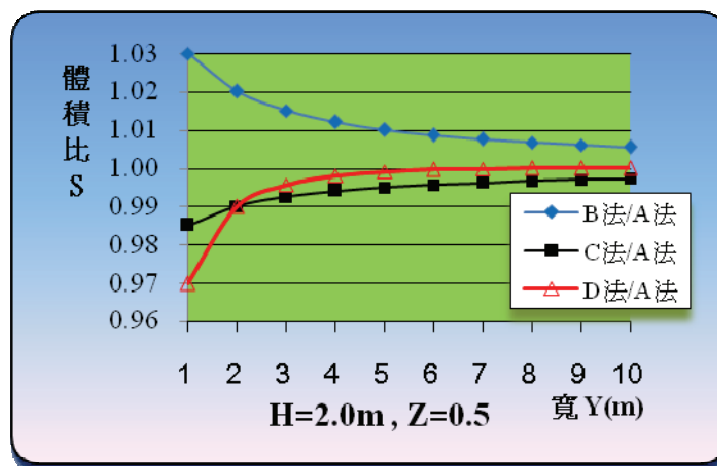


圖 4.2 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=2m、Z=0.5)

表 4.3 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=3m、Z=0.5)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	3.0	0.5	10	52	28.75	88.500	93.000	86.250	84.804	1.0508	0.9746	0.9582
10	2	3.0	0.5	20	65	40.25	123.000	127.500	120.750	121.056	1.0366	0.9817	0.9842
10	3	3.0	0.5	30	78	51.75	157.500	162.000	155.250	156.374	1.0286	0.9857	0.9928
10	4	3.0	0.5	40	91	63.25	192.000	196.500	189.750	191.332	1.0234	0.9883	0.9965
10	5	3.0	0.5	50	104	74.75	226.500	231.000	224.250	226.111	1.0199	0.9901	0.9983
10	6	3.0	0.5	60	117	86.25	261.000	265.500	258.750	260.785	1.0172	0.9914	0.9992
10	7	3.0	0.5	70	130	97.75	295.500	300.000	293.250	295.394	1.0152	0.9924	0.9996
10	8	3.0	0.5	80	143	109.25	330.000	334.500	327.750	329.958	1.0136	0.9932	0.9999
10	9	3.0	0.5	90	156	120.75	364.500	369.000	362.250	364.491	1.0123	0.9938	1.0000
10	10	3.0	0.5	100	169	132.25	399.000	403.500	396.750	399.000	1.0113	0.9944	1.0000

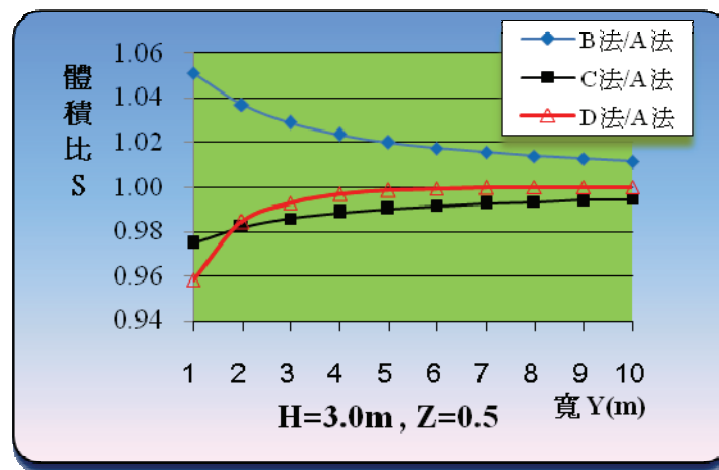


圖 4.3 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=3m、Z=0.5)

表 4.4 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=1m、Z=1.0)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	1.0	1.0	10	36	22	22.333	23.000	22.000	21.658	1.0299	0.9851	0.9698
10	2	1.0	1.0	20	48	33	33.333	34.000	33.000	32.995	1.0200	0.9900	0.9898
10	3	1.0	1.0	30	60	44	44.333	45.000	44.000	44.142	1.0150	0.9925	0.9957
10	4	1.0	1.0	40	72	55	55.333	56.000	55.000	55.222	1.0120	0.9940	0.9980
10	5	1.0	1.0	50	84	66	66.333	67.000	66.000	66.269	1.0101	0.9950	0.9990
10	6	1.0	1.0	60	96	77	77.333	78.000	77.000	77.298	1.0086	0.9957	0.9995
10	7	1.0	1.0	70	108	88	88.333	89.000	88.000	88.316	1.0075	0.9962	0.9998
10	8	1.0	1.0	80	120	99	99.333	100.000	99.000	99.327	1.0067	0.9966	0.9999
10	9	1.0	1.0	90	132	110	110.333	111.000	110.000	110.332	1.0060	0.9970	1.0000
10	10	1.0	1.0	100	144	121	121.333	122.000	121.000	121.333	1.0055	0.9973	1.0000

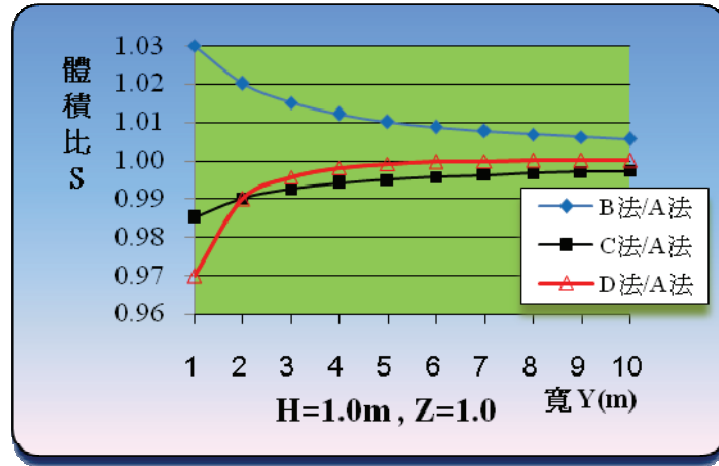


圖 4.4 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=1m、Z=1.0)

表 4.5 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=2m、Z=1.0)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	2.0	1.0	10	70	36	74.667	80.000	72.000	70.972	1.0714	0.9643	0.9505
10	2	2.0	1.0	20	84	48	98.667	104.000	96.000	96.659	1.0541	0.9730	0.9796
10	3	2.0	1.0	30	98	60	122.667	128.000	120.000	121.481	1.0435	0.9783	0.9903
10	4	2.0	1.0	40	112	72	146.667	152.000	144.000	145.955	1.0364	0.9818	0.9951
10	5	2.0	1.0	50	126	84	170.667	176.000	168.000	170.248	1.0313	0.9844	0.9975
10	6	2.0	1.0	60	140	96	194.667	200.000	192.000	194.434	1.0274	0.9863	0.9988
10	7	2.0	1.0	70	154	108	218.667	224.000	216.000	218.551	1.0244	0.9878	0.9995
10	8	2.0	1.0	80	168	120	242.667	248.000	240.000	242.621	1.0220	0.9890	0.9998
10	9	2.0	1.0	90	182	132	266.667	272.000	264.000	266.656	1.0200	0.9900	1.0000
10	10	2.0	1.0	100	196	144	290.667	296.000	288.000	290.667	1.0183	0.9908	1.0000

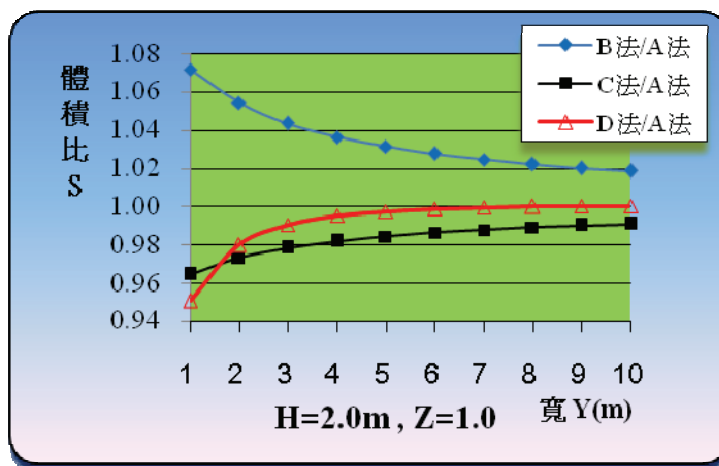


圖 4.5 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=2m、Z=1.0)

表 4.6 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=3m、Z=1.0)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m2)	A2 (m2)	A0 (m2)	A 法 (m3)	B 法 (m3)	C 法 (m3)	D 法 (m3)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	3.0	1.0	10	112	52	165.000	183.000	156.000	155.466	1.1091	0.9455	0.9422
10	2	3.0	1.0	20	128	65	204.000	222.000	195.000	198.596	1.0882	0.9559	0.9735
10	3	3.0	1.0	30	144	78	243.000	261.000	234.000	239.727	1.0741	0.9630	0.9865
10	4	3.0	1.0	40	160	91	282.000	300.000	273.000	280.000	1.0638	0.9681	0.9929
10	5	3.0	1.0	50	176	104	321.000	339.000	312.000	319.808	1.0561	0.9720	0.9963
10	6	3.0	1.0	60	192	117	360.000	378.000	351.000	359.331	1.0500	0.9750	0.9981
10	7	3.0	1.0	70	208	130	399.000	417.000	390.000	398.665	1.0451	0.9774	0.9992
10	8	3.0	1.0	80	224	143	438.000	456.000	429.000	437.866	1.0411	0.9795	0.9997
10	9	3.0	1.0	90	240	156	477.000	495.000	468.000	476.969	1.0377	0.9811	0.9999
10	10	3.0	1.0	100	256	169	516.000	534.000	507.000	516.000	1.0349	0.9826	1.0000

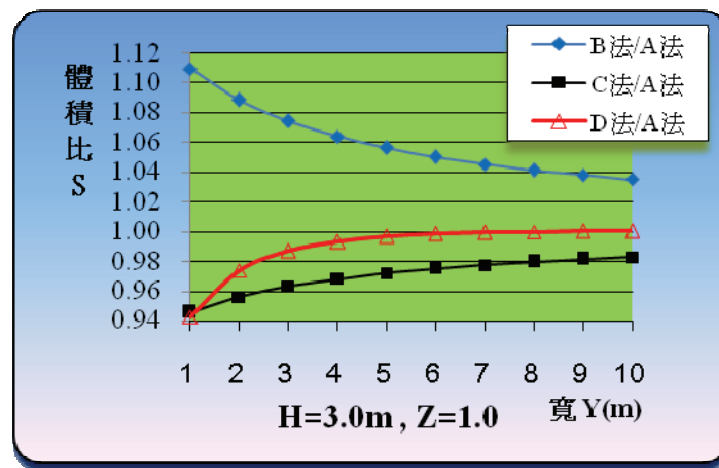


圖 4.6 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=3m、Z=1.0)

表 4.7 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=1m、Z=1.5)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m2)	A2 (m2)	A0 (m2)	A 法 (m3)	B 法 (m3)	C 法 (m3)	D 法 (m3)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	1.0	1.5	10	52	28.75	29.500	31.000	28.750	28.268	1.0508	0.9746	0.9582
10	2	1.0	1.5	20	65	40.25	41.000	42.500	40.250	40.352	1.0366	0.9817	0.9842
10	3	1.0	1.5	30	78	51.75	52.500	54.000	51.750	52.125	1.0286	0.9857	0.9928
10	4	1.0	1.5	40	91	63.25	64.000	65.500	63.250	63.777	1.0234	0.9883	0.9965
10	5	1.0	1.5	50	104	74.75	75.500	77.000	74.750	75.370	1.0199	0.9901	0.9983
10	6	1.0	1.5	60	117	86.25	87.000	88.500	86.250	86.928	1.0172	0.9914	0.9992
10	7	1.0	1.5	70	130	97.75	98.500	100.000	97.750	98.465	1.0152	0.9924	0.9996
10	8	1.0	1.5	80	143	109.25	110.000	111.500	109.250	109.986	1.0136	0.9932	0.9999
10	9	1.0	1.5	90	156	120.75	121.500	123.000	120.750	121.497	1.0123	0.9938	1.0000
10	10	1.0	1.5	100	169	132.25	133.000	134.500	132.250	133.000	1.0113	0.9944	1.0000

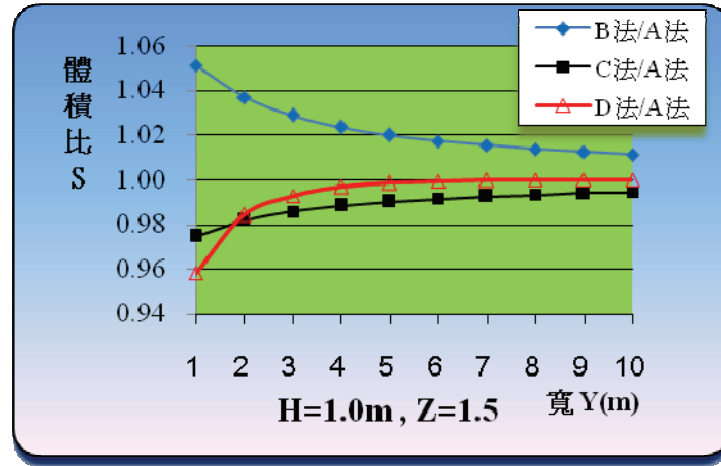


圖 4.7 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=1m、Z=1.5)

表 4.8 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=2m、Z=1.5)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	2.0	1.5	10	112	52	110.000	122.000	104.000	103.644	1.1091	0.9455	0.9422
10	2	2.0	1.5	20	128	65	136.000	148.000	130.000	132.398	1.0882	0.9559	0.9735
10	3	2.0	1.5	30	144	78	162.000	174.000	156.000	159.818	1.0741	0.9630	0.9865
10	4	2.0	1.5	40	160	91	188.000	200.000	182.000	186.667	1.0638	0.9681	0.9929
10	5	2.0	1.5	50	176	104	214.000	226.000	208.000	213.206	1.0561	0.9720	0.9963
10	6	2.0	1.5	60	192	117	240.000	252.000	234.000	239.554	1.0500	0.9750	0.9981
10	7	2.0	1.5	70	208	130	266.000	278.000	260.000	265.777	1.0451	0.9774	0.9992
10	8	2.0	1.5	80	224	143	292.000	304.000	286.000	291.910	1.0411	0.9795	0.9997
10	9	2.0	1.5	90	240	156	318.000	330.000	312.000	317.980	1.0377	0.9811	0.9999
10	10	2.0	1.5	100	256	169	344.000	356.000	338.000	344.000	1.0349	0.9826	1.0000

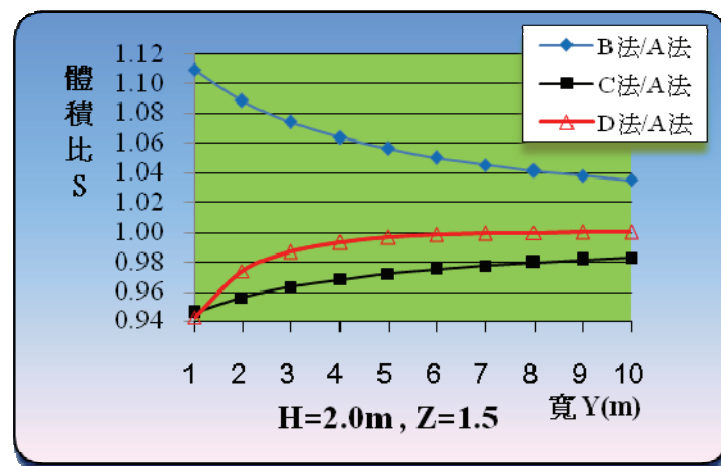


圖 4.8 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=2m、Z=1.5)

表 4.9 施工中滯洪沉砂池體積計算表(H=3m、Z=1.5)

X (m)	Y (m)	H (m)	Z	A1 (m ²)	A2 (m ²)	A0 (m ²)	A 法 (m ³)	B 法 (m ³)	C 法 (m ³)	D 法 (m ³)	體積比 S		
											B 法/A 法	C 法/A 法	D 法/A 法
10	1	3.0	1.5	10	190	79.75	259.500	300.000	239.250	243.589	1.1561	0.9220	0.9387
10	2	3.0	1.5	20	209	94.25	303.000	343.500	282.750	293.653	1.1337	0.9332	0.9692
10	3	3.0	1.5	30	228	108.75	346.500	387.000	326.250	340.704	1.1169	0.9416	0.9833
10	4	3.0	1.5	40	247	123.25	390.000	430.500	369.750	386.398	1.1038	0.9481	0.9908
10	5	3.0	1.5	50	266	137.75	433.500	474.000	413.250	431.326	1.0934	0.9533	0.9950
10	6	3.0	1.5	60	285	152.25	477.000	517.500	456.750	475.767	1.0849	0.9575	0.9974
10	7	3.0	1.5	70	304	166.75	520.500	561.000	500.250	519.877	1.0778	0.9611	0.9988
10	8	3.0	1.5	80	323	181.25	564.000	604.500	543.750	563.748	1.0718	0.9641	0.9996
10	9	3.0	1.5	90	342	195.75	607.500	648.000	587.250	607.442	1.0667	0.9667	0.9999
10	10	3.0	1.5	100	361	210.25	651.000	691.500	630.750	651.000	1.0622	0.9689	1.0000

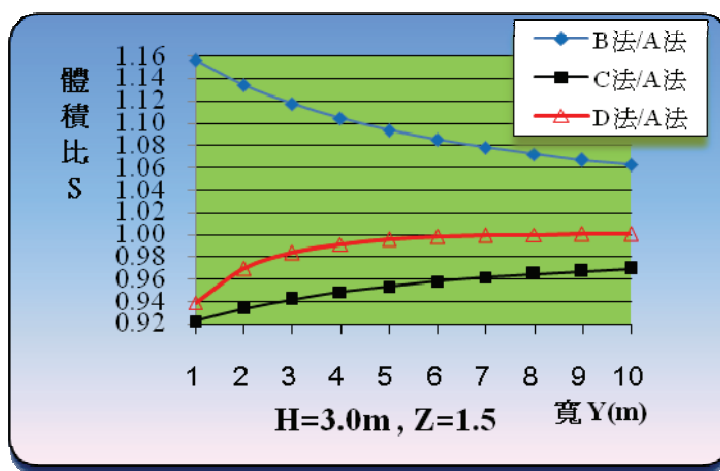


圖 4.9 施工中滯洪沉砂池體積比較圖(H=3m、Z=1.5)

五、施工中滯洪沉砂池排水井體積之正確計算法

除了第二節之施工中以抽水機抽水之滯洪沉砂池外，另一種常見施工中以重力式排水之滯洪沉砂池平面與剖面圖詳見圖 5.1 與圖 5.2，立體圖與分解圖詳見圖 5.3 與圖 5.4，其與施工中抽水機抽水之滯洪沉砂池主要之差異，在於沒有抽水機抽水，而增加一排放井，通常為矩形，排放井之一面牆上有孔口，用以控制排放量，池體邊側有排放管，將排放量排至下游渠道。因此，施工中重力式滯洪沉砂池之體積需扣除排放井之體積。

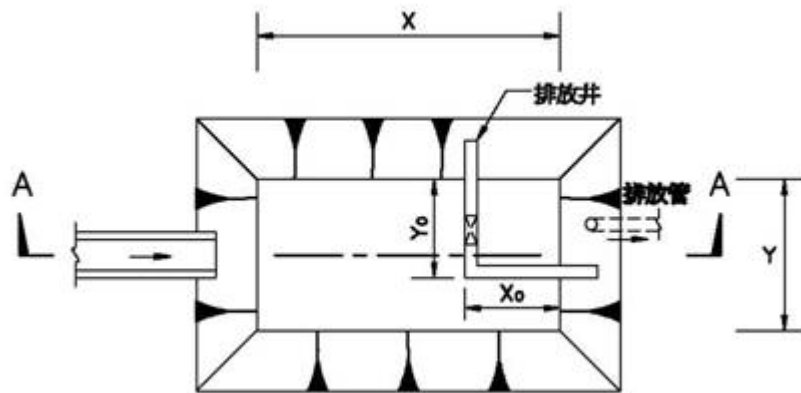


圖 5.1 施工中滯洪沉砂池平面圖(重力式)

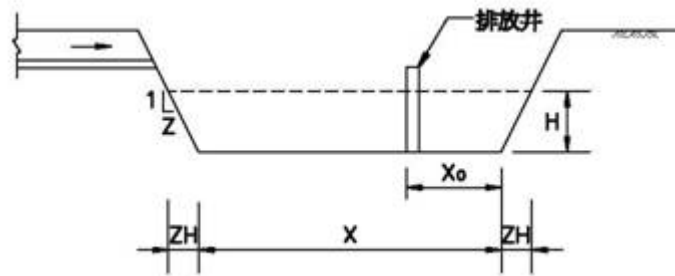


圖 5.2 施工中滯洪沉砂池剖面圖(重力式)

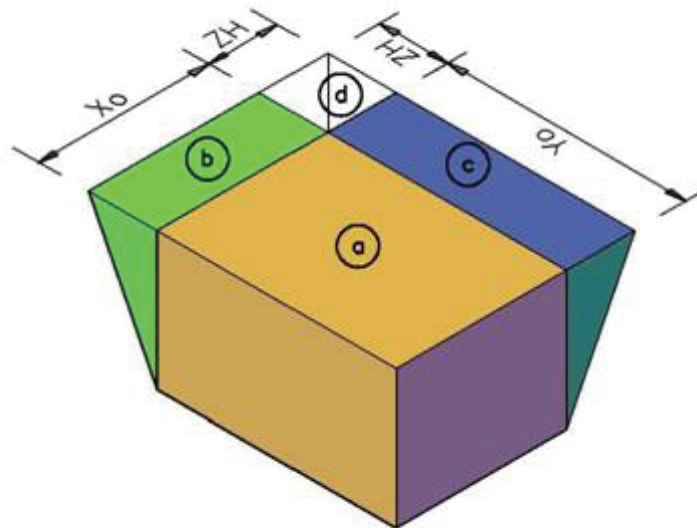


圖 5.3 施工中滯洪沉砂池體積立體圖(重力式)

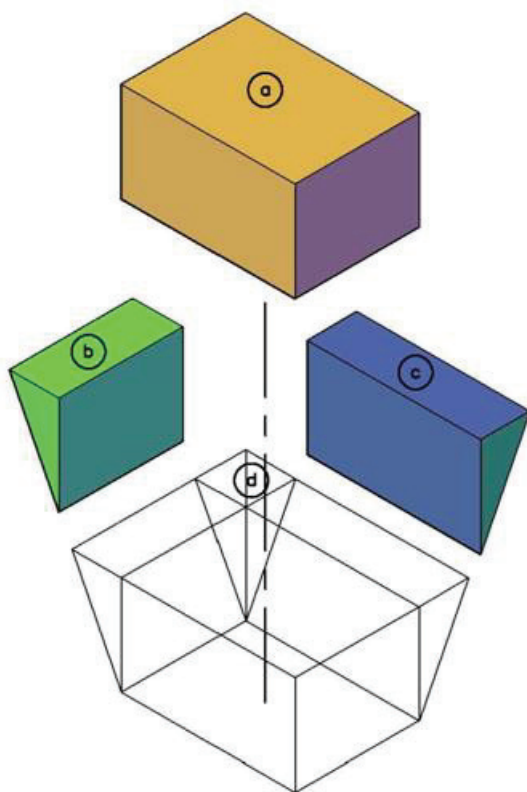


圖 5.4 施工中滯洪沉砂池體積分解圖(重力式)

圖中符號，

排放井下底矩形長= X_0

排放井下底矩形寬= Y_0

高= H

邊坡比(垂直：水平)= $1 : Z$

因此可得，

$$\text{排放井下底面積 } A_{0-1} = X_0 \times Y_0 = X_0 Y_0 \quad (5.1.1)$$

$$\begin{aligned} \text{排放井上底面積 } A_{0-2} &= (X_0 + H \times Z)(Y_0 + H \times Z) = (X_0 + HZ)(Y_0 + HZ) \\ &= X_0 Y_0 + HZ X_0 + HZ Y_0 + H^2 Z^2 \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

以正確計算法求算排放井之體積為，

1. 四方柱體積：即圖 5.4 中 (a) 之體積

$$V_{A1} = A_{0-1} \times H$$

將 (5.1.1) 式之 A_{0-1} 代入上式得，

$$V_{A1} = X_0 Y_0 H$$

2. 位於兩邊之三角柱體積：即圖 5.4 中 (b) 與 (c) 之體積

$$V_{A2} = \left(\frac{H^2 Z}{2} \times X_0 \right) + \left(\frac{H^2 Z}{2} \times Y_0 \right) = \frac{H^2 Z X_0}{2} + \frac{H^2 Z Y_0}{2}$$

3.位於角落之錐體體積：即圖 5.4 中④之體積

$$V_{A3} = \frac{H^3 Z^2}{3}$$

以正確計算法(簡稱 A₀法)求得的體積亦即 $V_A = V_{A1} + V_{A2} + V_{A3}$

$$= X_0 Y_0 H + \frac{H^2 Z X_0}{2} + \frac{H^2 Z Y_0}{2} + \frac{H^3 Z^2}{3} \quad (5.1.3)$$

如同前第 3.3 節之推導，當 $X_0=Y_0$ 時，將 $X_0=Y_0$ 代入(5.1.3)式得，

$$V_A = X_0^2 H + H^2 Z X_0 + \frac{H^3 Z^2}{3} \quad (5.1.4)$$

而截錐體法之體積計算公式為，

$$V_D = \frac{H}{3} (A_{0-1} + A_{0-2} + \sqrt{A_{0-1} A_{0-2}}) \quad (3.3.1)$$

，將 (5.1.1) 式之 A_{0-1} 與 (5.1.2) 式之 A_{0-2} 以及 $X_0=Y_0$ ，代入上式得

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{H}{3} (X_0 Y_0 + X_0 Y_0 + H Z X_0 + H Z Y_0 + H^2 Z^2 \\ &\quad + \sqrt{(X_0 Y_0)(X_0 Y_0 + H Z X_0 + H Z Y_0 + H^2 Z^2)}) \\ &= \frac{H}{3} (2X_0^2 + 2H Z X_0 + H^2 Z^2 + \sqrt{(X_0)^2 (X_0^2 + 2H Z X_0 + H^2 Z^2)}) \\ &= \frac{H}{3} [(2X_0^2 + 2H Z X_0 + H^2 Z^2 + X_0 (X_0 + H Z))] \\ &= \frac{H}{3} (2X_0^2 + 2H Z X_0 + H^2 Z^2 + X_0^2 + H Z X_0) \\ &= X_0^2 H + H^2 Z X_0 + \frac{H^3 Z^2}{3} \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

(5.1.5) 式同 (5.1.4) 式，亦即當 $X_0=Y_0$ 時，排放井之體積即為截錐體之體積。

如同前第 3.1 節之推導，再探討上下底面積平均法計算排放井之體積如下，

$$V_B = (A_{0-1} + A_{0-2}) \times H \div 2$$

將 (5.1.1) 式之 A_{0-1} 與 (5.1.2) 式之 A_{0-2} ，代入上式得

$$\begin{aligned}
 V_B &= \frac{H}{2} [X_0Y_0 + (X_0Y_0 + HZX_0 + HZY_0 + H^2Z^2)] \\
 &= \frac{H}{2} (2X_0Y_0 + HZX_0 + HZY_0 + H^2Z^2) \\
 &= X_0Y_0H + \frac{H^2ZX_0}{2} + \frac{H^2ZY_0}{2} + \frac{H^3Z^2}{2} \quad (5.1.6)
 \end{aligned}$$

比較 (5.1.6) 式與 (5.1.3) 式可知，上下底面積平均法計算施工中滯洪沉砂池之排放井體積大於正確值，多出之體積為 $\frac{1}{6}H^3Z^2$ 。

六、結論與建議

1. 當施工中滯洪沉砂池之池底為矩形，其長 X、寬 Y、高 H，四側邊坡比皆為 1：Z(垂直：水平)時，其體積為 $V_A = XYH + H^2ZX + H^2ZY + \frac{4}{3}H^3Z^2$ 。
2. 常見施工中滯洪沉砂池之近似計算法有：上下底面積平均法、中間面積法與截錐體法等三種方法；其中，上下底面積平均法計算之體積為 $V_B = XYH + H^2ZX + H^2ZY + 2H^3Z^2$ ，其值大於正確值，而中間面積法之體積為 $V_C = XYH + H^2ZX + H^2ZY + H^3Z^2$ ，其值小於正確法，至於錐體法，其值小於上下底面積平均法，僅當長 X=寬 Y 時，其值等於正確值。
3. 常見水土保持計畫中之施工中滯洪沉砂池，其體積計算採用近似計算法中之上下底面積平均法，依據本文分析之結果，得知其值大於正確值，就工程規劃或設計而言，係已不符"保守"之要求，不宜做為計算池體體積之用。
4. 近似計算法中之中間面積法，雖然其計算之體積小於正確值，符合"保守"之要求，但實務上較少被採用，至於另一近似計算法中之截錐體法，經以常見之斷面尺寸(長 X=10m，寬 Y=1m、2m、...10m 共 10 種，高 H =1m、2m、3m 共 3 種)及邊坡比(Z =0.5、1.0、1.5 共 3 種)代入計算，比較其值皆小於正確值 (僅當長 X=寬 Y 時等於正確值)，符合"保守"之要求，但目前較少被採用。
5. 經以常見之斷面尺寸(長 X=10m，寬 Y=1m、2m、...10m 共 10 種，高 H =1m、2m、3m 共 3 種)與邊坡比(Z =0.5、1.0、1.5 共 3 種)，以近似計算法之上下底面積平均法、中間面積法與截錐體法等三種方法計算

池體體積，並與正確體積值做比較，得知(A)當長 X 寬 Y 值差距愈小，其誤差愈小，亦即池底形狀愈接近正方形，其誤差愈小，(B)當高 H 愈小，其誤差愈小，(C)當邊坡比 1:Z(垂直:水平)之 Z 愈小，其誤差愈小。

6. 施工中滯洪沉砂池體積正確值之計算公式為 $V_A = XYH + H^2ZX + H^2ZY + \frac{4}{3}H^3Z^2$ ，公式其實並不複雜，計算上亦不困難，因此各種之近似計算法均可捨棄不用，或者將公式 V_A 予以變化形式，以上下底面積平均法之結果再減去 $\frac{2}{3}H^3Z^2$ ，亦即 $V_A = \frac{1}{2}(A_1 + A_2)H - \frac{2}{3}H^3Z^2$ 亦可，式中 A_1 為下底面積， A_2 為上底面積。
7. 施工中滯洪沉砂池排放井體積正確值之計算公式為 $V_A = X_0Y_0H + \frac{H^2ZX_0}{2} + \frac{H^2ZY_0}{2} + \frac{H^3Z^2}{3}$ ，公式亦不複雜，計算上亦不困難，因此各種之近似計算法均可捨棄不用，或者將公式 V_A 予以變化形式，以上下底面積平均法之結果再減去 $\frac{1}{6}H^3Z^2$ ，亦即 $V_A = \frac{1}{2}(A_{0-1} + A_{0-2})H - \frac{1}{6}H^3Z^2$ 亦可，式中 A_{0-1} 為排放井下底面積， A_{0-2} 為排放井上底面積。

參考文獻

- 九章出版社(1992)，數學基本公式手冊。
- 行政院農業委員會水土保持局、中華水土保持學會(2006)，水土保持手冊。
- 行政院農業委員會(2013)，水土保持技術規範。
- 余濬(2014)，山坡地排水與滯洪設計(三版)，科技圖書股份有限公司。
- 綠電再生股份有限公司(2015)，桃園市楊梅區長岡嶺段 873 地號廠房增建工程水土保持計畫。

投稿 104.03.17
校稿 104.04.01
定稿 104.05.07